Aldona KAIRIENĖ

MOLEKULINĖ FIZIKA IR ŠILUMA. ELEKTRA. ELEKTROMAGNETIZMAS

Aldona Kairienė

MOLEKULINĖ FIZIKA IR ŠILUMA. ELEKTRA. ELEKTROMAGNETIZMAS

Sprendžiame uždavinius

A. Varno personalinė įmonė
Vilnius 2000



Leidėjų asociacija BIBLION

UDK 537(075.3)
Ka-155

ISBN 9986-491-63-0

Autoriaus žodis

Šiame leidinyje nagrinėjama 11 klasės uždavinių pagal V. Tarasonio vadovėlį sprendimo metodika. Ji tinka ir kitiems uždaviniams. Uždaviniai sugrupuoti pagal dalis: 1 – molekulinė fizika, šiluma; 2 – elektra; 3 – elektromagnetizmas. Pirmajai daliai pateiktas – 51 uždavinys; antrajai daliai – 54; trečiajai daliai – 13 uždavinių.

Kiekvienos temos pradžioje trumpai pateikta teorinių žinių, padedančių prisiminti pagrindines kurso sąvokas, dydžius ar dėsnius, nurodomos formulės, reikalingos uždaviniams spręsti.

Mielasis kolega mokytojau, pasinaudok pats ir pasiūlyk savo moksleiviams šį metodinį leidinį. Jis padės greičiau įveikti sudėtingus fizikos uždavinius.

Mielasis moksleivi, šis leidinys pamokys, kaip, kokia eiga spręsti įvairių tipų uždavinius, kaip nusibraižyti brėžinį ir kt. Pagal pateiktus pavyzdžius pats galėsi spręsti uždavinius iš S. Vičo „Fizikos uždavinyno".

TURINYS

I. MOLEKULINĖ FIZIKA IR ŠILUMA

Šiame skyriuje sprendžiami šių tipų uždaviniai.

1. Uždaviniai, kuriuose ieškomi: molekulių skaičius, greitis, tankis, koncentracija, molio masė, slėgis, molių skaičius.

$$\nu = \frac{n}{N_A}; \quad \nu = \frac{m}{M}; \quad m = m_0 n; \quad m = M\nu; \quad M = m_0 N_A;$$

$$m_0 = \frac{m}{n}; \quad m_0 = \frac{M}{N_A}; \quad n = N_A \cdot \nu; \quad n_0 = \frac{n}{v};$$

$$\varrho = \frac{m}{v}; \quad \varrho = m_0 n_0; \quad p = \frac{1}{3} m_0 n_0 \bar{v}^2; \quad p = \frac{2}{3} n_0 \bar{E}_K.$$

2. Uždaviniai, kuriuose taikomi dujų dėsniai, Klapeirono lygtis, Klapeirono ir Mendelejevo lygtis, dujų temperatūros ir molekulių kinetinės energijos sąryšio lygtis, vidinė energija, energijos tvermės dėsnis, I termodinamikos dėsnis, dujų darbas, šilumos kiekis, šiluminių variklių naudingumo koeficientas, garų, skysčių, kietųjų kūnų savybes apibūdinantys dydžiai bei dėsniai.

a) dujų dėsniai ir kitos lygtys:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2; \quad V_t = V_0(1 + \beta t); \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad p = p_0(1 + \gamma t);$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad T = t + 273; \quad \frac{V_1 p_1}{T_1} = \frac{V_2 p_2}{T_2}; \quad \frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R;$$

$$E = \frac{3}{2} kT; \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}; \quad p = n_0 kT.$$

b) vidinė energija, šiluma, darbas ir dėsniai:

$$U = E_{K_{mol}} + E_{P_{mol}}; \quad U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT; \quad \Delta U = A + Q; \quad \Sigma Q_{gaut} = \Sigma Q_{atid};$$

$$A = p\Delta V; \quad A = mRT/M; \quad Q = qm; \quad Q = \lambda m; \quad Q = \alpha m;$$

$$Q = cm(t_2 - t_1); \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}; \quad \eta = \frac{A_{mech}}{Q}; \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

c) garų savybės:

$$\varrho = \frac{m}{v}; \quad B = \frac{p_a}{p_s}100\%; \quad B = \frac{\varrho_a}{\varrho_s}\cdot 100\%;$$

$$Q = Lm; \quad p = p_1 + p_2.$$

d) skysčių savybės:

$$\delta = \frac{F}{l}; \quad \delta = \frac{E}{S}; \quad h = \frac{2\delta}{\varrho gr};$$

$$\Delta p = \frac{2\delta}{r}; \quad p \geq p_0 + \varrho gh + \frac{2\delta}{R} - \frac{virimo}{sąlyga}.$$

e) kietųjų kūnų savybės:

$$F = k\Delta x; \quad E_p = \frac{k(\Delta x)^2}{2}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \quad \delta = \frac{F}{S}; \quad \delta = E\cdot\varepsilon;$$

$$n = \frac{\delta_s}{\delta_e}; \qquad l = l_0\left(1 + \alpha^{\alpha} t\right); \qquad S = S_0\left(1 + \alpha' t\right)\ \left(\alpha' = 2\alpha\right);$$

$$V = V_0\left(1 + \beta t\right); \qquad \left(\beta \approx 3\alpha\right); \qquad \varrho = \frac{\varrho_0}{1 + \beta t}.$$

I. MOLEKULINĖ FIZIKA IR ŠILUMA

1. Kiek molekulių yra vandens laše, kurio masė m = 0,3 g?

n	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$/mol $m = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ kg $M_{H_2O} = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol

$$\nu = \frac{n}{N_A}; \quad \nu = \frac{m}{M}; \quad n = \frac{N_A \cdot m}{M}.$$

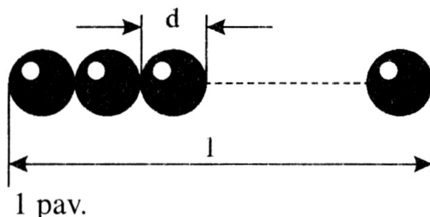
Viename molyje (V = 1) yra N_A molekulių. Nurodytas masės lašas sudarytas iš v molių. Todėl molekulių jame yra

$$n = \frac{0{,}3 \cdot 10^{-3} kg \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} / mol}{18 \cdot 10^{-3} kg / mol} = 1 \cdot 10^{22};$$

$$n = 1 \cdot 10^{22}.$$

2. Kiek kartų galima apjuosti Žemę per pusiaują virvute, sudaryta iš 1 cm^3 esančių deguonies molekulių? Molekulės skersmuo d = 3 · 10^{-30} m.

k	$V_O = 0{,}0224$ m^3/mol $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$/mol $V = 1 \cdot 10^{-6}$ m^3 $d = 3 \cdot 10^{-10}$ m $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m



1 pav.

Tarkime, kad įsivaizduojamos virvutės ilgis *l*. Jis lygus atstumui, kurį sudaro prigludusios viena prie kitos deguonies molekulės (1 pav.). Ieškomas dydis yra *k*.

$$l = n \cdot d; \quad k = \frac{1}{2\pi R} = \frac{n_0 d}{2\pi R}; \quad \nu = \frac{n}{N_A}; \quad \nu = \frac{V}{V_0}; \quad k = \frac{\nu N_A \cdot d}{2\pi R} = \frac{V N_A d}{2\pi R V_0};$$

$$k = \frac{1 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} / mol \cdot 3 \cdot 10^{-10} m}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 m \cdot 0{,}0224^{m^3} mol} = 200.$$

$$k = 200.$$

3. Metano tankis normaliomis sąlygomis yra $\rho_o = 0{,}72$ kg/m^3. Apskaičiuokite metano molekulinį vidutinį kvadratinį greitį ir metano molekulių tankį.

$\bar{v}$	$r_o = 0{,}72$ kg/m^3
n_o	$p_o = 100$ kPa $= 10^5$ Pa
	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
	$M = 0{,}013$ kg/mol

Užrašome molekulinės kinetinės teorijos lygtį bei molekulių tankį:

$$p_0 = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \varrho_0 \bar{v}^2;$$

Gauname

$$\bar{v} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3p_0}{\varrho_0}}; \qquad \bar{v} = 646\, m/s;$$

$$\nu = \frac{V}{V_0}; \qquad \nu = \frac{n}{N_A}; \qquad \frac{n}{N_A} = \frac{V}{V_0}; \qquad \frac{n}{V} = \frac{N_A}{V_0}; \qquad n_0 = \frac{n}{V} = \frac{N_A}{V_0};$$

$$\varrho_0 = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_0}; \qquad V_0 = \frac{M}{\varrho_0}; \qquad n_0 = \frac{N_A \varrho_0}{M};$$

$$n_0 = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 0{,}72\, kg/mol}{mol \cdot m^3 \cdot 0{,}013\, kg} = 2{,}71 \cdot 10^5 m^{-3};$$

$n_0 = 2{,}71 \cdot 10^5 m^{-3}$.

4. Mokinys medicinos kabinete stipriai įkvėpė ir išmatavo savo plaučių oro tūrį. Gavo V = 2,5 *l*. Laikant šio oro tankį $\rho = 1{,}18$ kg/m^3 reikia apskaičiuoti oro molekulių skaičių N. Oro molio masė M = 0,029 kg/mol.

	$V = 2{,}5\ l = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3$
	$\rho = 1{,}18\ kg/m^3$
N	$M = 0{,}029\ kg/mol$
	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$

Remdamiesi medžiagos sąvokos išraiškomis, rašome:

$$\nu = \frac{m}{M}; \quad \nu = \frac{n}{N_A}; \quad \frac{m}{M} = \frac{n}{N_A}; \quad m = \varrho v; \quad \frac{\varrho v}{M} = \frac{n}{N_A};$$

Oro masė $n = \dfrac{\varrho V N_A}{M}$;

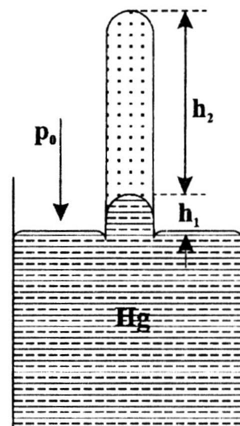
$$N = \frac{1{,}18 \frac{kg}{m^3} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} m^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} mol^{-1}}{0{,}029 \frac{kg}{mol}} \approx 6 \cdot 10^{22};$$

$N = 6 \cdot 10^{22}$.

5. Vamzdelis, kurio vienas galas užlydytas, įstatytas į indą su gyvsidabriu. Kai atmosferos slėgis p_2 = 75 cm Hg, gyvsidabrio stulpelio aukštis h_1 = 5 cm, o oro stulpelio aukštis h_2 = 40 cm (2 pav.). Kam lygus atmosferos slėgis, kai h_1 = 6 cm? Temperatūra nekinta.

p_0 = 75 cm Hg
h_1 = 5 cm
h_2 = 40 cm
$h_1^/$ = 6 cm
T = const

p_0



2 pav.

Kintant atmosferos slėgiui, kinta ir oro slėgis vamzdelyje. Kadangi temperatūra nekinta, galima taikyti Boilio ir Marioto dėsnį vamzdelyje esančiam orui:

$$p_1V_1 = p_2V_2;$$

$$(p_0 - h_1)h_2S = (p_0^/ - h_1^/)(h_2 - 1)S;$$

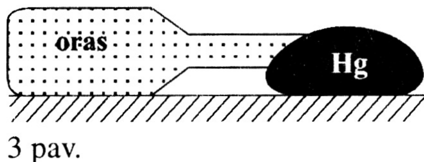
Iš čia atmosferos slėgis

$$p_0 = \frac{p_0 - h_1}{h_2 - 1}h_2 + h^/; \qquad p_0 = \frac{(75-5)cm}{(40-1)cm}\cdot 40\,cm + 6\,cm \cong 78\,cm\,Hg;$$

$$p_0^/ \cong 78\,cm\,Hg.$$

6. Stiklinio balionėlio, kurio tūris V = 5 cm^3, temperatūra t_1 = 400°C. Atviru galu jis liečiasi su gyvsidabriu (3 pav.). Kiek gyvsidabrio įtekės į balionėlį, kai jis atvės iki t_2 = 16°C temperatūros?

Δm	$V = 5 \cdot 10^{-6}\ m^3$ $T_1 = 673$ K $T_2 = 289$ K $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3\ kg/m^3$



3 pav.

Balionėliui ir jame esančiam orui vėstant, slėgis mažėja. Dėl to į balionėlį tol siurbiamas gyvsidabris, kol suslėgto oro slėgis jame susilygina su atmosferos slėgiu. Balionėlyje oras vėsta izobariškai. Į balionėlį įsiurbto gyvsidabrio masė

$$\Delta m = \varrho \Delta V\ ;$$

ρ – gyvsidabrio tankis, kai t = t_2, o ΔV – oro tūrio pokytis:

$$\Delta V = V - V'\ ;$$

Galinį oro tūrį balionėlyje nustatysime iš Gei-Liusako dėsnio:

$$\frac{V'}{V} = \frac{T_2}{T_1}\ ;\ \text{nes } p = \text{const};$$

Tuomet $\Delta V = V\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$;

$$\Delta m = \varrho V\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right);$$

$$\Delta m = 13{,}6 \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 1 - \frac{289K}{673K} = 0{,}0388 kg\ ;$$

$$\Delta m = 0{,}0388 kg\ .$$

7. Temperatūra lauke $t_1 = -13°C$, o kambaryje $t_2 = +22°C$. Kiek pakinta įnešto į kambarį baliono slėgis? Manometras rodo $p_2 = 1{,}8$ MPa nuostovųjį slėgį.

	$T_1 = 260$ K
Δp	$T_2 = 295$ K
	$p_2 = 1{,}8$ MPa$= 1{,}8 \cdot 10^6$ Pa

Dujų slėgio pokytis $\Delta p = p_2 - p_1$;

p_1 – pradinis, p_2 – galinis dujų slėgis balione. Kadangi dujos šilo izochoriškai, tai iš Šarlio dėsnio gauname:

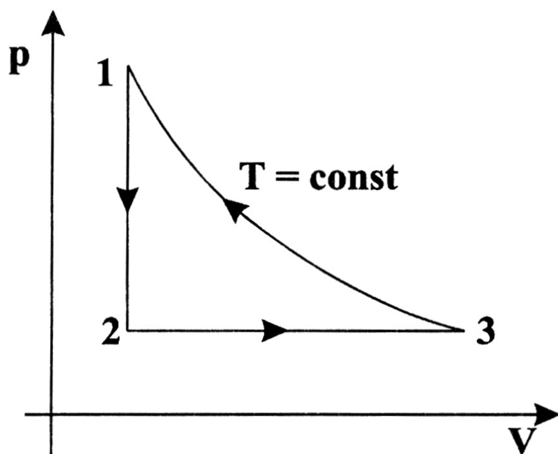
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2};$$

Slėgio pokytis

$$\Delta p = p_2\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right); \quad \Delta p = 1{,}8 \cdot 10^6 Pa\left(1 - \frac{260K}{295K}\right) = 0{,}21\,MPa;$$

$$\Delta p = 0{,}21\,MPa.$$

8. 4 pav. parodytas idealiosiose dujose vykstantis termodinaminis ciklas. Nubraižykite jį p, T ir V, T diagramose.



4 pav.

Norint užduotį atlikti, pakanka atpažinti kiekvieną procesą ir jį pavaizuoti atitinkamose koordinačių sistemose. Taigi 1 → 2 – izochorinis procesas (temperatūra mažėja nuo T_1 iki T_2); 2 → 3 – izobarinis procesas (temperatūra didėja nuo T_2 iki T_3); 3 → 1 – izoterminis procesas (temperatūra $T_3 = T_1$). Juose pažymėti ir būsenų parametrai. Taip lengviau nustatyti jas atitinkančių taškų padėtis. Atkreipkite dėmesį: 1 → 2 tiesės tęsinys p, T diagramoje ir 2 → 3 tiesės tęsinys V, T diagramoje eina per koordinačių pradžią. Kodėl?

9. Balionas, kuriame yra p = 3 · 10⁶ Pa slėgio helio dujos, nestora žarnele ir čiaupu sujungiamas su kitu balionu, kuriame yra p = 9 · 10⁶ Pa slėgio azotas. Koks slėgis nusistovės balionuose, kai atidarysime čiaupą, jei helio balionas yra du kartus didesnio tūrio negu azoto balionas? Balionai yra kambario temperatūros.

p $\quad p_{He} = 3 \cdot 10^6$ Pa

$p_N = 9 \cdot 10^6$ Pa

$V_{He} = 2V_N$

Taikysime izoterminio proceso (Boilio ir Marioto dėsnio) lygtį.

Azotui: $p_N V_N = p_{1N} 3V_N$; heliui: $p_{He} V_{He} = p_{1He} 1{,}5V_{He}$;

Kur $p_{1N} = \dfrac{p_N}{3}$;

Arba $\qquad p_{He} 2V_N = p_{1He} 3V_N$;

Iš šių lygčių gauname $\qquad p_{1He} = \dfrac{2}{3} p_{He}$;

Bendras slėgis balionuose lygus atskirų dujų dalinių slėgių sumai, t. y.:

$p = p_{1N} + p_{1He}$;

Arba $p = \dfrac{p_N}{3} + \dfrac{2}{3} p_{He}$; $\qquad p = \dfrac{\varrho \cdot 10^6 Pa}{3} + \dfrac{2 \cdot 3 \cdot 10^6 Pa}{3} = 5 \cdot 10^6 Pa$;

p = 5 · 10⁶ Pa.

10. Dujų mišinyje yra $m_1 = 200$ g anglies dioksido ir $m_2 = 100$ g azoto. Mišinys yra normaliomis sąlygomis. Apskaičiuokite mišinio tūrį V ir tankį ϱ.

	$m_1 = 200\ g = 0{,}2\ kg$
	$m_2 = 100\ g = 0{,}1\ kg$
	$M_1 = 0{,}044\ kg/mol$
	$M_2 = 0{,}028\ kg/mol$
	$R = 8{,}31\ J/(mol \cdot K)$
V	$T_0 = 273\ K$
ϱ	$p_0 = 100\ kPa = 10^5\ Pa$

Rašome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį anglies dioksidui ir azotui:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1} R T_0;$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_2} R T_0;$$

Mišinio slėgis yra $p_0 = p_1 + p_2$;

$$V = \frac{R T_0}{p_0}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right);$$

$$[V] = \frac{1\,J \cdot 1\,K \cdot 1\,kg \cdot mol}{mol \cdot K \cdot 1\,Pa \cdot 1\,kg} = 1\frac{J}{Pa} = 1\frac{N \cdot m \cdot m^2}{N} = 1\,m^3;$$

$$V = 0{,}184\,m^3;$$

Apskaičiuojame mišinio tankį:

$$\varrho = \frac{m_1 + m_2}{V};$$

$$\varrho = 1{,}63\, kg / m^3 .$$

11. Kambario tūris V = 30 m³, barometras rodo p = 755 mmHg slėgį. Kiek pakis kambario oro masė, temperatūrai pakitus nuo t_1 = 10°C iki t_2 = 25°C?

Δm	$V = 60\ m^3$
	p = 755 mmHg = 755·133,3 Pa
	t_1 = 10°C; T_1 = 283 K
	t_2 = 25°C; T_2 = 298 K
	M = 0,029 kg/mol
	R = 8,31 J/(K · mol)

Apskaičiuojame absoliutines temperatūras

$T_1 = t_1 + 273$

$T_2 = t_2 + 273$

Yra dvi būsenos. Kinta temperatūra ir oro masė, nes dalis oro išeina laukan, kol slėgis nusistovi (p = const).

Rašome lygtį pirmai ir antrai būsenai:

$$pV = \frac{m_1}{M} RT_1;$$

$$pV = \frac{m_2}{M} RT_2;$$

Oro masė pakis dydžiu

$m = m_2 - m_1$;

Ieškant dydžio pokyčio, visada iš galinės vertės reikia atimti pradinę vertę.

$$m_1 = \frac{pVM}{RT_1};$$

$$m_2 = \frac{pVM}{RT_2};$$

$$\Delta m = \frac{pVM}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right);$$

Apskaičiuojame: $\Delta m = \frac{755 \cdot 133{,}3 \cdot 60 \cdot 0{,}29}{8{,}31}\left(\frac{1}{298} - \frac{1}{283}\right) = -3{,}7;$

$$[\Delta m] = \frac{1 Pa \cdot 1 m^3 \cdot 1\, kg/mol}{1\, J/(mol \cdot K) \cdot 1K} = 1\frac{N \cdot m^3 \cdot kg}{m^2 \cdot N \cdot m} = 1\, kg;$$

$$\Delta m = -3{,}7\, kg.$$

Kambario oro masė sumažės 3,7 kg.

12. Inde, kurio tūris $V = 2\ m^3$, yra $m_1 = 0{,}9$ kg vandens garų ir $m_2 = 1{,}6$ kg deguonies. Sistemos temperatūra lygi 500°C. Apskaičiuokite slėgį inde ir dujų bei garų mišinio molio masę.

p	$V = 2\ m^3$
	$m_1 = 0{,}9$ kg
M	$m_2 = 1{,}6$ kg
	$T = 773$ K
	$M_1 = 0{,}018$ kg/mol
	$M_2 = 0{,}032$ kg/mol
	$R = 8{,}31 J/(mol \cdot K)$

Dujų mišinio slėgis pagal Daltono dėsnį lygus jį sudarančių dujų slėgių sumai:

$p = p_1 + p_2$;

Slėgius rasime iš dujų būsenos lygties:

$$p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V};$$

$$p = \left(\frac{0,9\,kg}{0,018\,kg/mol} + \frac{1,6\,kg}{0,032\,kg/mol}\right)\frac{8,31\,J \cdot 773\,K}{mol \cdot K\ 2\,m^3} = 3,2 \cdot 10^5\,Pa;$$

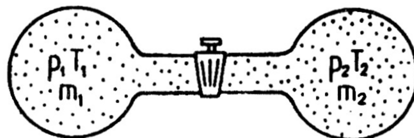
$$p = 3,2 \cdot 10^5\,Pa.$$

13. Oras yra dviejuose vienodo tūrio balionuose (5 pav.). Čiaupas atidaromas, ir balionai pašildomi iki T temperatūros. Apskaičiuokite sistemos slėgį. Apskaičiuokite slėgį, kai $m_1 = m_2$.

p	$V_1 = V_2$
	m_1, m_2
	p_1, p_2, T_1, T_2
	T

Rašome kiekvienos sistemos idealiųjų dujų būsenos lygtis:
pirmojo baliono dujų

$$p_1V_1 = \frac{m_1}{M}RT_1;$$



5 pav.

antrojo baliono dujų

$$p_2V_2 = \frac{m_2}{M}RT_2;$$

ir galinės būsenos dujų

$$p(V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{M} RT \ ;$$

$$V_1 = V_2 = V \ ;$$

$$(p_1 + p_2)V = \frac{R}{M}(m_1T_1 + m_2T_2);$$

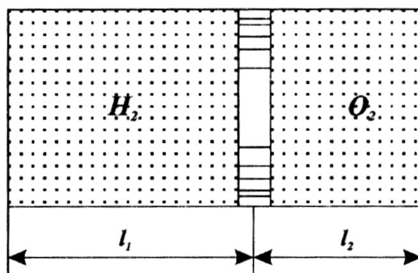
$$p = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot \frac{(m_1 + m_2)T}{m_1T_1 + m_2T_2} \ ;$$

Kai $m_1 = m_2$, slėgis

$$p = (p_1 + p_2)\frac{T_1 + T_2}{T} .$$

14. Horizontaliame cilindre, kurio ilgis l = 0,9 m, laisvai slankiojantis stūmoklis skiria deguonį nuo tokios pat masės vandenilio (6 pav.). Į kokio ilgio dalis stūmoklis dalija cilindrą?

l_1	$l = 0{,}9$ m
	$M_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ kg/mol
l_2	$M_2 = 16 \cdot 10^{-3}$ kg/mol



6 pav.

Stūmoklis laisvai slankioja. Todėl jis taip dalija cilindrą, kad abipus stūmoklio slėgiai vienodi: $p_1 = p_2 = p$. Ieškomi dydžiai l_1 ir l_2 randami iš dujų būsenos lygties:

vandenilio $pl_1S = \frac{m_1}{M_1}RT$;

deguonies $pl_2S = \frac{m_2}{M_2}RT$;

S – cilindro (stūmoklio) skerspjūvio plotas. $l = l_1 + l_2$;

Iš šių lygčių gauname: $l_1 = l\frac{M_2}{M_1 + M_2}$;

$$l_1 = \frac{0{,}9 \cdot 16 \cdot 10^{-3} kg/mol}{(2+16)10^{-3} kg/mol} = 0{,}8\,m;$$

$l_1 = 0{,}8\,m$.

$l_2 = l - l_1$;

$l_2 = 0{,}1\,m$.

15. Vertikaliame cilindre su sunkiu stūmokliu yra deguonies, kurio masė m = 20 g. Kai dujų temperatūra padidėjo ΔT = 50 K, stūmoklis pakilo Δh = 7 cm. Stūmoklio skerspjūvio plotas S = 100 cm^2, o virš jo yra oras. Oro slėgis p_0 = 0,1 MPa. Apskaičiuokite stūmoklio svorį.

	$m = 20 \cdot 10^{-3}$ kg
	$T = 50$ K
p	$h = 7 \cdot 10^{-2}$ m
	$S = 100 \cdot 10^{-4}$ m^2
	$p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa
	$R = 8{,}31$ J/mol · K
	$M = 32 \cdot 10^{-5}$ kg/mol

Stūmoklio svorį P rasime iš dujų būsenų lygčių.
Pradinės būsenos

$$p_1V_1 = \frac{m}{M} \cdot RT_1;$$

galinės būsenos

$$p_2V_2 = \frac{m}{M} \cdot RT_2;$$

$$p_1 = p_2 = p_0 + \frac{p}{S};$$

Slėgis dujose lygus atmosferos slėgio ir stūmoklio svorio sąlygoto slėgio sumai. Kai dujų slėgis lygus slėgiui iš viršaus, stūmoklis sustoja – dujos nebesiplečia (iki to momento jos plėtėsi izobariškai).

$$V_2 = V_1 + S\Delta h;$$

$$\left(p_0 + \frac{p}{S}\right)S\Delta h = \frac{m}{M}R\Delta T; \qquad p = \frac{mR\Delta T}{M\Delta h} - p_0S;$$

$$p = \left(\frac{20 \cdot 10^{-3} kg \cdot 8{,}31\, J/mol \cdot K \cdot 50K}{32 \cdot 10^{-3} kg/mol \cdot 7 \cdot 10^{-2} m} - 1 \cdot 10^5 Pa \cdot 10^{-2} m^2\right)N = 2{,}7\, kN;$$

$$p = 2{,}7\, kN.$$

16. Kokia turėtų būti temperatūra T, kad helio atomų vidutinis kvadratinis greitis $\bar{v}$, būtų lygus antrajam kosminiam greičiui (v_2 = 11,2 km/s).

T	$v_2 = 11{,}2$ km/s $= 11{,}2 \cdot 10^3$ m/s
	$R = 8{,}31$ J/(Kmol)
	$M = 4 \cdot 10^{-3}$ kg/mol
	$v = v_2$

Vidutinis kvadratinis greitis:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}; \qquad \bar{v}_2^2 = \frac{3RT}{M}; \qquad T = \frac{M\bar{v}_2^2}{3R};$$

$$T = \frac{4 \cdot 10^{-3} kg/mol(11{,}2 \cdot 10^3 m/s)^2}{3 \cdot 8{,}31 J/(Kmol)} = 20{,}1 \cdot 10^3 K;$$

$$T = 20{,}1 \cdot 10^3 K.$$

17. Kai dujų temperatūra T = 309 K, o slėgis p = 0,7 MPa, tai jų tankis ρ = 12 kg/m³. Kokios tai gali būti dujos?

M	$T = 309$ K
	$p = 0{,}7 \cdot 10^6$ Pa
	$\rho = 12$ kg/m^3
	$R = 8{,}31$ J/(K · mol)

Norint nustatyti, kokios tai dujos, galima tai padaryti radus dujų molio masę. Užrašome Mendelejevo ir Klapeirono lygtį, tankio išraišką:

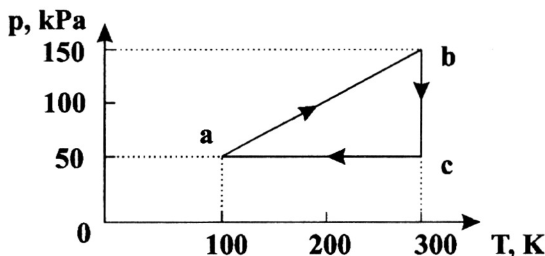
$$pV = \frac{m}{M}RT; \quad p = \frac{m}{V}\frac{RT}{M}; \quad \varrho = m/V; \quad p = \varrho\frac{RT}{M}; \quad M = \frac{\varrho RT}{p};$$

$$M = \frac{12\,kg/m^3 \cdot 8{,}31\,J/K \cdot mol}{0{,}7 \cdot 10^6\,Pa} = 44 \cdot 10^{-3}\,kg/mol;$$

$$M = 44 \cdot 10^{-3}\,kg/mol.$$

Tai gali būti, pavyzdžiui, CO_2.

18. 7 pav. p ir T koordinatėmis pavaizduotos trys tos pačios masės tobulųjų dujų būsenos a, b ir c. Ištirkite, kaip kinta dujų tūris iš būsenos a pereinant ciklu per būsenas b ir c.



7 pav.

Rašome Klapeirono lygtį būsenoms ab:

$$\frac{p_a V_a}{T_a} = \frac{p_b V_b}{T_b};$$

Gauname:

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{p_a T_b}{p_b T_a}; \quad \frac{V_b}{V_a} = \frac{50\,kPa \cdot 300\,K}{150\,kPa \cdot 100\,K} = 1;$$

$V_b = V_a$;

Vadinasi, tūris nekinta. Toks tūris yra visų tiesės ab taškų.
Panašiai rašome lygtį kitoms būsenų poroms.

bc:

$$\frac{p_b V_b}{T_b} = \frac{p_c V_c}{T_c}; \qquad \frac{V_c}{V_b} = \frac{p_b T_c}{p_c T_b}; \qquad \frac{V_c}{V_b} = 3; \qquad V_c^{/} = 3V_b;$$

ca:

$$\frac{p_c V_c}{T_c} = \frac{p_a V_a}{T_a}; \qquad \frac{V_a}{V_c} = \frac{1}{3}; \qquad V_a = V_c / 3;$$

$$V_b = V_a; \qquad V_a = V_c / 3.$$

19. Nubrėžkite m = 2 kg anglies monoksido (CO) izochores V_1 = 1,2 m^3 ir V_2 = 0,5 m^3 koordinatėse p ir T temperatūros vertėms, didesnėms negu T = 200 K.

	m = 2 kg
	M = 0,028 kg/mol
p_1	V_1 = 1,2 m^3
p_2	V_2 = 0,5 m^3
	T = 200 K
	R = 8,31 J/(mol · K)

Apskaičiuojame duotosioms tūrio vertėms slėgio vertes p_1 ir p_2:

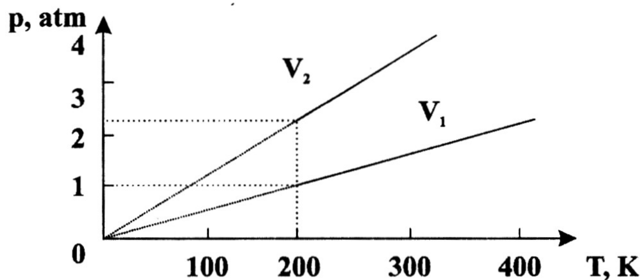
$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT; \quad p_1 = \frac{mRT}{MV_1};$$

$$p_1 = \frac{2\,kg \cdot 8{,}31\,J/(mol \cdot K) \cdot 200K}{0{,}028\,kg/mol \cdot 1{,}2m^3} = 98928\,Pa;$$

p_1 = 98928 Pa ≈ 0,99 atm;

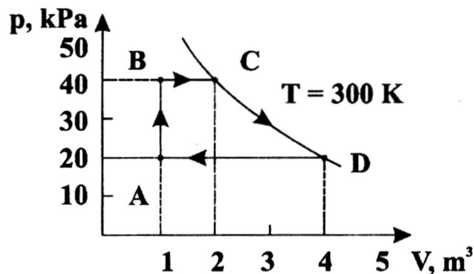
Panašiai gauname $p_2 = 237429$ Pa $\approx 2{,}37$ atm.

Pav. 8 koordinatėse p ir T pažymime taškus p_1, T ir p_2, T. Per juos ir koordinačių pradžią 0 brėžiame izochores, kurių T > 200 K.



8 pav.

20. p ir V koordinatėse pavaizduoti tobulųjų dujų būsenos kitimo daliniai procesai (9 pav.). Apskaičiuokite būsenų A ir B temperatūrą. Pavaizduokite būsenos kitimą: a) p ir T koordinatėmis; b) V ir T koordinatėmis.



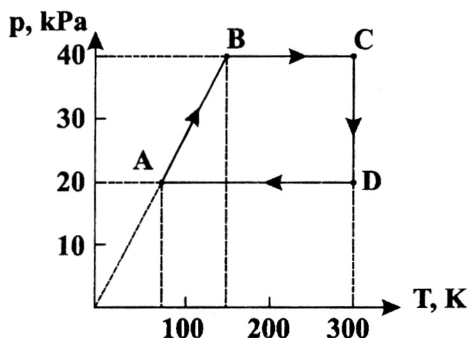
9 pav.

Būsenoms A ir D taikome Gei-Liusako dėsnį:

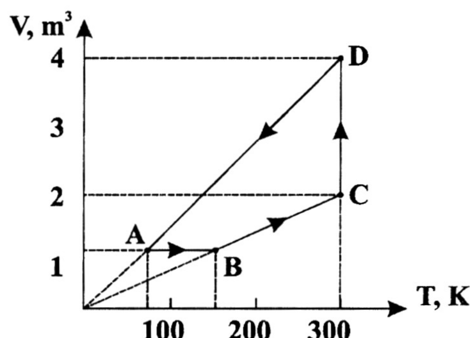
$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_D}{T_D}; \quad T_A = T_D \frac{V_A}{V_D}; \quad T_A = 75\,K;$$

Panašiai Šarlio dėsnį taikome būsenoms A ir B:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}; \quad T_B = T_A \frac{p_B}{p_A}; \quad T_B = 150\,K;$$



10 pav.



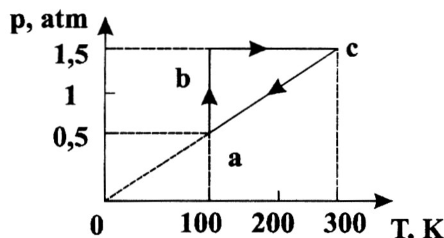
11 pav.

Vaizduojame būsenų kitimą (10 pav. ir 11 pav.)

$T_A = 75\,K$; $T_B = 150\,K$.

21. p ir T koordinačių sistemoje pavaizduotas m = 3 kg oro kitimo ciklas abca (12 pav.). Nubraižykite šį ciklą V, T ir p, V koordinačių sistemose.

	m = 9 kg
	M = 0,029 kg/mol
	R = 8,31 J/(mol · K)
	p_a = 0,5 atm = 0,5 · 10^5 Pa
	p_b = 1,5 atm = 1,5 · 10^5 Pa
V_a	T_a = 100 K
V_c	T_c = 300 K



12 pav.

Pasinaudojame Klapeirono ir Mendelejevo lygtimi, apskaičiuojame būsenos a oro tūrį V_a:

$$p_a V_a = \frac{m}{M} R T_a ;\quad V_a = \frac{mRT_a}{Mp_a} ;\quad V_a = \frac{3\,kg \cdot 8{,}31\,J \cdot 100\,K \cdot mol}{mol \cdot K \cdot 0{,}5 \cdot 10^5\,Pa \cdot 0{,}029\,kg} = 1{,}72\,m^3 ;$$

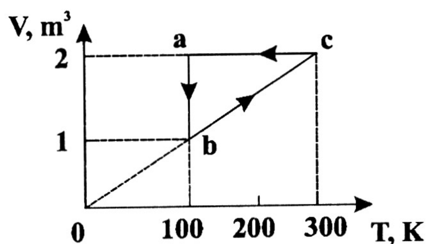
Procesas a → b izoterminis, taikome Boilio ir Marioto dėsnį:

$p_a\, V_a = p_b\, V_b$;

$$V_b = V_a \frac{p_a}{p_b};\ V_b = 1{,}72\, m^3 \frac{0{,}5 \cdot 10^5 Pa}{1{,}5 \cdot 10^5 Pa} \approx 0{,}57\, m^3.$$

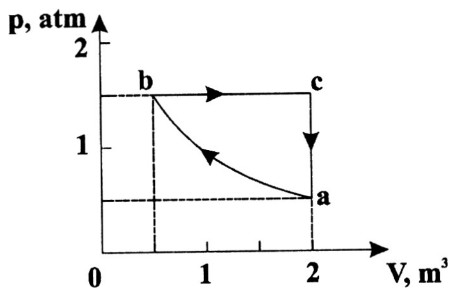
Precesas b → a izobarinis, todėl

$$\frac{V_b}{T_b} = \frac{V_c}{T_c}; \qquad V_c = V_b \frac{T_c}{T_b}; \qquad V_c = 0{,}57\, m^3 \frac{300K}{100K} = 1{,}72\, m^3.$$



13 pav.

$V_a = 1{,}72 m^3$; $\qquad V_c = 1{,}72 m^3$

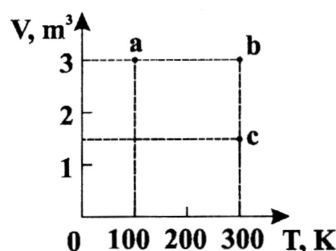


14 pav.

Braižome proceso grafiką V, T (13 pav.) ir p, T koordinačių sistemoje (14 pav.):

22. V ir T koordinatėmis vaizduojamos tobulųjų dujų būsenos (15 pav.). Palyginkite būsenų a ir b slėgį, būsenų a ir c slėgį.

$T_{\Delta} = 100\,K$
$I_b = 300\,K$
$V_b = 3\,m^3$
$V_c = 2{,}5\,m^3$



15 pav.

Būsenoms a ir b taikome Šarlio dėsnį:

$$\frac{p_a}{T_a} = \frac{p_b}{T_b}; \quad p_b = p_a \frac{T_b}{T_a}; \quad p_b = p_a \frac{300\,K}{100\,K} = 3 \cdot p_a; \quad p_b = 3p_a;$$

Lygindami būsenų a ir c slėgį, pirma randame būsenų b ir c slėgio ryšį (pasinaudoję Boilio ir Marioto dėsniu):

$$p_b V_b = p_c V_c; \quad p_c = p_b \frac{V_b}{V_c}; \quad p_c = p_b \frac{3\,m^3}{1{,}5\,m^3} = p_b \cdot 2;$$

Dabar gauname $p_c = 2p_b = 2 \cdot 3p_a = 6p_a$; $\quad p_c = 6p_a$;

$p_b = 3p_a; \quad p_c = 6p_a.$

23. Sotieji vandens garai t = 40°C temperatūroje užima V = 8 l tūrį. Temperatūra pagal Celsijaus skalę sumažinta 5 kartus, o tūris nepakito. Kiek susikondensavo vandens garų?

	$t = 40°C$; $T = 313$ K
	$V = 8$ l $= 8 \cdot 10^{-3}$ m^3
	$p_{01} = 1{,}07$ kPa $= 1{,}07 \cdot 10^3$ Pa
Δm	$p_0 = 7{,}37$ kPa $= 7{,}37 \cdot 10^3$ Pa
	$M = 0{,}018$ kg/mol
	$R = 8{,}31$ J/(mol · K)
	$t_1 = 8°C$, $T_1 = 281$ K

Absoliutinę temperatūrą surandame:
$T = t + 273$;

Sočiųjų vandens garų slėgį p ir p_1 randame lentelėje.

Klapeirono ir Mendelejevo lygtimi išreiškiame vienos ir kitos būsenos vandens garų masę:

$$m = \frac{p_0 VM}{RT}; \qquad m_1 = \frac{p_{01} VM}{RT_1};$$

Susikondensavusių garų masė:

$$\Delta m = m - m_1; \qquad \Delta m = \frac{VM}{R}\left(\frac{p_0}{T} - \frac{p_{01}}{T_1}\right);$$

$$\Delta m = \frac{8 \cdot 10^{-3} m^3 \cdot 0{,}018\, kg/mol}{8{,}31\, J/mol \cdot K}\left(\frac{7{,}37 \cdot 10^3 Pa}{313\, K} - \frac{1{,}07 \cdot 10^3}{281\, K}\right) = 0{,}34 \cdot 10^{-3}\ kg;$$

$$\Delta m = 0{,}34\ g.$$

24. Kambario temperatūra $t = 18°C$, oro santykinė drėgmė $\varphi = 40\%$. Kokia bus santykinė drėgmė temperatūrai nukritus iki $t_1 = 5°C$?

	$t = 18°C$; $T = 291$ K
	$\varphi = 40\% = 0{,}4$
	$t_1 = 5°C$; $T_1 = 278$ K
φ_1	$p_0 = 2{,}06$ kPa $= 2{,}06 \cdot 10^3$ Pa
	$p_{01} = 0{,}87$ kPa $= 0{,}87 \cdot 10_3$ Pa

$T = t + 273$;

Santykinę drėgmę išreiškiame formulėmis:

$$\varphi = \frac{p}{p_0} 100\% \quad \text{ir} \quad \varphi_1 = \frac{p_1}{p_{01}} 100\%;$$

arba

$$\varphi = \frac{p}{p_0} \quad \text{ir} \quad \varphi_1 = \frac{p_1}{p_{01}};$$

Abiem būsenoms rašome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad \text{ir} \quad p_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1;$$

Atliekame veiksmus

$$m = \frac{\varphi p_0 VM}{RT} \quad \text{ir} \quad m_1 = \frac{\varphi_1 p_{01} VM}{RT_1};$$

Jei nukritus temperatūrai neatsiranda rasos (t. y. nesusikondensuoja garų), tai

$m = m_1$;

Gaunome

$$\varphi_1 = \frac{p_0 T_1}{p_{01} T}; \qquad \varphi_1 = \frac{0,4 \cdot 2,06 \cdot 10^3 Pa \cdot 278K}{0,87 \cdot 10^3 Pa \cdot 291K} = 0,9;$$

$$\varphi_1 = 90,5\%.$$

25. Kambario tūris V = 60 m^3, oro temperatūra t = 18°C, o jo santykinė drėgmė φ_1 = 40%. Kokia bus santykinė oro drėgmė φ_2 išgarinus dar m = 300 g vandens?

φ_2	V = 60 m^3 t = 18°C; T = 291 K φ_1 = 40% = 0,4 m = 300 g = 0,3 kg R = 8,31 J/(mol · K) p_0 = 2,06 kPa = 2,06 · 10^3 Pa M = 0,018 kg/mol

T = t + 273;

Kambario santykinė oro drėgmė

$$\varphi_1 = \frac{p_1}{p_0};$$

p_0 – sočiųjų vandens garų slėgis temperatūroje t. Taikome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį ir išreiškiame garų masę m_1:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT; \qquad m_1 = \frac{p_1 VM}{RT} = \frac{\varphi_1 p_0 VM}{RT};$$

Išgarinus dar m masės vandens, kambario ore vandens bus:

$$m_2 = \frac{p_2 VM}{RT} = \frac{\varphi_2 p_0 VM}{RT};$$

Išreiškiame išgarinto vandens masę:

$$m = m_2 - m_1; \qquad m = \frac{\varphi_2 p_0 VM}{RT} - \frac{\varphi_1 p_0 VM}{RT};$$

Ieškomoji santykinė oro drėgmė yra

$$\varphi_2 = \frac{mRT}{p_0 VM} + \varphi_1; \quad \varphi = \frac{0{,}3 \cdot 8{,}31 \cdot 291}{2{,}06 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 0{,}018} = 0{,}726;$$

$$[\varphi_2] = \frac{1\,kg \cdot 1\,J \cdot 1\,K}{mol \cdot K \cdot 1\,Pa \cdot 1\,m^3 \cdot 1\,kg} = \frac{1\,J}{1\,Pa \cdot 1\,m^3} = 1\frac{N \cdot m \cdot m^2}{N \cdot m^3} = 1;$$

$$\varphi_2 = 72{,}6\%.$$

26. Kai oro temperatūra t = 36°C, sočiųjų vandens garų slėgis p_s = 5,945 kPa. Kam lygi 1 m^3 šio oro masė? Santykinė oro drėgmė φ = 80%, slėgis normalus.

m	t = 36°C; T = 309 K p_s = 5,945 kPa = 5,945· 10^3 Pa φ = 80%; φ = 0,8 p = 101,3 kPa = 101,3 · 10^3 Pa R = 8,31 J/(K · mol) M_1 = 0,029 kg/mol M_2 = 0,018 kg/mol T = t + 273

Oro masė lygi sauso oro ir jame esančių vandens garų masių sumai:

$m = m_1 + m_2$.

Šias mases išreikšime iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties:

$$m_1 = \frac{M_1 p_1 V}{RT} \quad \text{ir} \quad m_2 = \frac{M_2 p_2 V}{RT};$$

Vandens garų slėgis lygus: $p_1 = \varphi p_s$;

Sauso oro slėgis

$$p_2 = p - p_1 = p - \varphi p_s;$$

Tada drėgno oro tūrio vieneto masė

$$m = \frac{(M_1 - M_2)\varphi p_s + M_2 p}{RT};$$

$$m = 1{,}12\,kg.$$

27. Apskaičiuokite papildomą slėgį muilo burbule, kurio spindulys R = 2 cm. Muilo plėvelės paviršiaus įtempimo koeficentas α = 0,043 N/m.

	$R = 2cm = 2 \cdot 10^{-2}$ m
Δp	α = 0,043 N/m
	Δp –?

Papildomas slėgis muilo burbule:

$$\Delta p = \frac{4\alpha}{R};$$

Burbulą lygtyje rašome 4, o ne 2.

$$\Delta p = \frac{4 \cdot 0{,}043 N}{2 \cdot 10^{2m^2}} = 0{,}86 Pa;$$

$$\Delta p = 0{,}86 Pa.$$

28. Kokį darbą reikia atlikti, norint išpūsti muilo burbulą, kurio skersmuo d = 4 cm? Muilo plėvelės įtempimo koeficientas α = 0,043 N/m.

A $d = 4\ \text{cm} = 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$
$r = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$
$\alpha = 0{,}043\ \text{N/m}$

Atliktas darbas lygus skysčio paviršiaus laisvosios energijos pokyčiui:

$A = \Delta E = \alpha 2 \Delta S$;

ΔS – vieno paviršiaus ploto pokytis.

$\Delta S = 4\pi R^2$;

$A = 2\alpha 4\pi R^2 = 2\alpha\pi d^2$;

$A = 2 \cdot 0{,}043\ \text{N/m} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot (2 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 = 432 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$;

$A = 432\mu\text{J}$.

29. Nustatykite, ar gali grunte ištirpusios medžiagos stiebų kapiliarais, kurių skersmenys mažesni už 0,1 mm, pasiekti 5 m aukštį. Tirpalų paviršiaus įtempimo koeficientas lygus 0,073 N/m. Drėkinimas visiškas.

h	$d = 0{,}1\ \text{mm} = 1 \cdot 10^{-4}\ \text{m}$ $h' = 5\ \text{m}$ $\alpha = 0{,}073\ \text{N/m}$ $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$ $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Tirpalo pakilimo kapiliarais aukštis:

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g r}; \quad h = \frac{4\alpha}{\rho g d};$$

Tarkime, kad tirpalo tankis $\varrho = \varrho_{H_2O} = 1 \cdot 10^3 \ kg/m^3$;

$$h = \frac{4 \cdot 0{,}073 N/m}{1 \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot 9{,}81 m/s^2 \cdot 10^{-4} m} = 0{,}29\, m;$$

$h = 0{,}29\, m$.

Vadinasi, tirpalai 0,1 mm skersmens ir platesniais kapiliarais negali pakilti į nurodytą aukštį. Todėl kapiliarumas nėra pagrindinė sąlyga tirpalams patekti į lapus.

30. Ant jautrios spyruoklės pakabintu kvadratiniu vieliniu rėmeliu paliečiamas ricinos aliejaus paviršius (16 pav.). Rėmelio kraštinės ilgis a = 3 cm. Tolygiai keliant rėmelį atotrūkio nuo ricinos metu spyruoklė pailgėjo Δl = 10 mm. Spyruoklės standumas k = 0,8 N/m. Iš šių duomenų apskaičiuokite ricinos aliejaus paviršiaus įtempimo koeficientą σ.

	a = 3 cm = 0,03 m
	Δl = 10 mm = 0,01 m
σ	k = 0,8 N/m

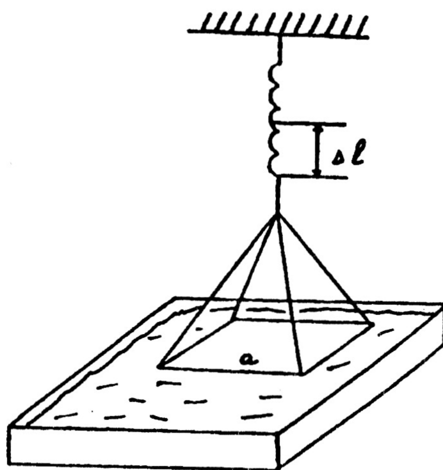
Paviršiaus įtempimo jėga:

$F = \sigma l$;

Spyruoklės tamprumo jėga:

$F_1 = -k \Delta l$;

Šių jėgų moduliai lygūs:



16 pav.

$F = F_1$;

Rėmelio vielos abu šonus liečia aliejaus paviršius. Tad lietimosi linijos ilgis yra:

$l = 8$ a;

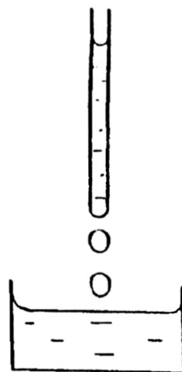
$8\sigma a = k\Delta l$; $\sigma = \frac{k\Delta l}{8a}$;

$\sigma = \frac{0{,}8\,N/m \cdot 0{,}01m}{8 \cdot 0{,}03m} = 0{,}033\frac{N}{m}$;

$\sigma = 0{,}033\frac{N}{m}$.

31. Iš stačio stiklinio vamzdelio laša glicerinas (17 pav.). Vamzdelio vidinis skersmuo d = 3 mm. Kokio aukščio h glicerino stulpelis neišlašės? Kokiu slėgiu p paviršiaus įtempimas veikia stulpelį iš apačios? Kam lygi vieno lašo masė m?

	$d = 3$ mm $= 3 \cdot 10^{-3}$ m
h	$\sigma = 0{,}063$ N/m
p	$\rho = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3
m	$g = 9{,}8$ m/s^2



17 pav.

Kai vamzdelis įleistas stačiai į drėkinantį skystį, skysčio paviršius vamzdelyje pakilęs

$h_1 = \frac{2\sigma}{\varrho g r}$;

Kai vamzdelis iškeltas iš skysčio, tokia pat paviršiaus įtempimo jėga veikia ir iš apačios. Likusio glicerino stulpelio aukštis

$$h = 2h_1 = \frac{4\sigma}{\varrho g r} = \frac{8\sigma}{\varrho g d}; \qquad h = \frac{8\sigma}{\varrho g d};$$

$$h = \frac{8 \cdot 0{,}063 \cdot N/m}{1{,}2 \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot 9{,}8\, m/s^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} m} = 1{,}4 \cdot 10^{-2} m = 1{,}4\, cm;$$

Iš apačios glicerino paviršiaus įtempimas veikia jėga:

$$F = l\sigma = 2\pi r\sigma;$$

Tad paviršiaus įtempimas iš apačios sudaro slėgį

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2\pi r\sigma}{\pi r^2} = \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d}; \qquad p = \frac{4\sigma}{d}; \qquad p = \frac{4 \cdot 0{,}063 N/m}{3 \cdot 10^{-3} m} = 84 Pa;$$

Lašo atotrūkio metu paviršiaus įtempimo jėga F su lašo sunkiu mg sudaro pusiausvyrą:

F – mg = 0;

Todėl

$$m = \frac{F}{g} = \frac{2\pi r\sigma}{g} = \frac{\pi d\sigma}{g}; \qquad m = \frac{\pi d\sigma}{g};$$

$$m = \frac{3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{-3} m \cdot 0{,}063 N/m}{9{,}8\, m/s^2} = 6{,}06 \cdot 10^{-6} kg = 60{,}6\, mg;$$

$h = 1{,}4\, cm$; $p = 84\, Pa$; $m = 60{,}6\, mg$.

32. $S = 5\ cm^2$ skerspjūvio ploto $t_1 = 10°C$ temperatūros geležinis strypas galais įtvirtintas tarp dviejų betoninių atramų ir negali ilgėti. Dieną strypas nuo saulės įkaito iki 50°C temperatūros. Kokia papildoma jėga F strypas dėl įšilimo veikia atramas?

	$S = 5\ cm^2 = 5 \cdot 10^{-4}\ m^2$
F	$t_1 = 10°C$ $t_2 = 50°C$ $E = 200 \cdot 10^6\ Pa$ $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

Jeigu neveiktų atramos, strypo ilgis padidėtų:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta t); \qquad \Delta l = l - l_0 = \alpha\Delta t l_0; \qquad \Delta l = \alpha\Delta t l_0;$$

Pagal Huko formulę:

$$\sigma = E\varepsilon; \quad \sigma = \frac{F}{S}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \quad \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0};$$

Jėga lygi

$$F = \frac{SE\Delta l}{l_0}; \ F = SE\alpha\Delta t;$$

$F = 5 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot 200 \cdot 10^6 Pa \cdot 12 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 10°C = 48\ N;$

$F = 48\ N.$

33. l = 2 m ilgio ir S = 5 mm² skerspjūvio ploto t_1 = 20°C temperatūros aliumininė viela, kaitinama elektros srove, pailgėjo Δl = 2 cm. Kokia įkaitusios vielos temperatūra?

	l = 2 m
	$S = 5\ mm^2 = 5 \cdot 10^{-6}\ m^2$
	$t_1 = 20°C$
	$\Delta l = 2\ cm = 2 \cdot 10^{-2}\ m$
t_2	$\rho = 2700\ kg/m^3$
	$\alpha = 24 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$
	$c = 900\ (J/kg \cdot K)$

Įkaitusios vielos ilgis:

$$l_1 = l(1+\alpha\Delta t); \qquad l_1 - l = \alpha\Delta t l = \Delta l; \qquad \Delta t = \frac{\Delta l}{\alpha l};$$

$$\Delta t = \frac{2\cdot10^{-2}m}{24\cdot10^{-6}K^{-1}\cdot2m} = 417K; \qquad \Delta t = 413\ ^{O}C.$$

Pailgėjusios vielos temperatūra t_2:

$$\Delta t = t_2 - t_1;\ t_2 = \Delta t + t_1;$$

$$t_2 = 437\ ^{O}C.$$

34. Plieninės ir žalvarinės juostelės, kurių storis h = 0,2 cm, galai sukniedyti taip, kad t_1 = 20°C temperatūroje jos sudaro plokščiąją bimetalinę plokštelę. Koks vidutinis bimetalinės plokštelės išlinkio spindulys, kai temperatūra t_2 = 100°C?

Temperatūriniai plieno ir žalvario ilgėjimo koeficientai lygūs

$\alpha_p = 1{,}2 \cdot 10^{-5}K^{-1}$, $\alpha_ž = 1{,}9 \cdot 10^{-5}K^{-1}$;

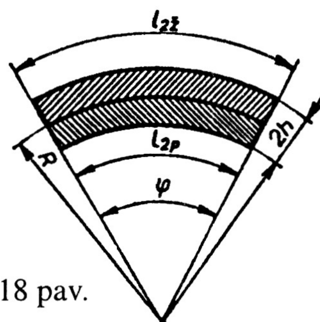
$h = 0{,}2\ cm = 0{,}2 \cdot 10^{-2}\ m$

$t_1 = 20°C$

R | $t_2 = 100°C$

$\alpha_p = 1{,}2 \cdot 10^{-5}K^{-1}$

$\alpha_ž = 2{,}9 \cdot 10^{-5}K^{-1}$



18 pav.

Kadangi žalvario ir plieno ilgėjimo koeficientai nevienodi ($\alpha_ž > \alpha_p$), tai, kaitinant bimetalinę plokštelę, žalvarinė juostelė pailgės daugiau negu plieninė ir visa plokštelė išlinks.

Jeigu t_1 temperatūros žalvarinės plokštelės vidurinės linijos ilgis buvo $l_{1ž}$, o t_2 temperatūros – lygus $l_{2ž}$, tai, taikant apytikslę formulę $l_{2ž}$, galima užrašyti:

$$l_{2_ž} = l_{1_ž}\left(1 + \alpha_ž \Delta t\right);$$

$\Delta t = t_2 - t_1$ – temperatūros padidėjimas.

Plieninės plokštelės l_{2p}:

$$l_{2_p} = l_{1_p}\left(1 + \alpha_p \Delta t\right);$$

Temperatūra čia padidėja tuo pačiu dydžiu.

Norėdami apskaičiuoti vidutinį išlinkio spindulį R, tarkime, kad deformuotų plokštelių galai nepasislenka vienas kito atžvilgiu, o jų storis toks mažas, kad, palyginti su ilgio pokyčiu, jo pokyčio kaitinant galima nepaisyti.

Kaip matyti iš brėžinio (18 pav.), $l_{2\check{z}}$ ir l_{2p} su išlinkio spinduliu R susieti lygtimis

$$l_{2_{\check{z}}} = \varphi\left(R+\frac{h}{2}\right); \qquad l_{2_{p}} = \varphi\left(R-\frac{h}{2}\right);$$

φ – kampas tarp galinių bimetalinės plokštės paviršių.

$$R = \frac{h}{2}\left[\frac{2+\left(\alpha_{p}+\alpha_{\check{z}}\right)\Delta t}{\left(\alpha_{\check{z}}-\alpha_{p}\right)\Delta t}\right];$$

$$R = \frac{0{,}2\cdot 10^{-2}m}{2}\left[\frac{2+\left(1{,}2+1{,}9\right)\cdot 10^{-5}\cdot K^{-1}\cdot 80\ ^{o}C}{0{,}7\cdot 80\ ^{o}C}\right] = 5m\,;$$

$$R \approx 5m\,.$$

35. t_1 =10°C temperatūroje į atvirą geležinį baką įpilta V_1 = 20 l benzino, ir bakas buvo pilnas. Kiek pasikeis bako su benzinu masė patalpoje, kurioje temperatūra lygi t_2 = 30°C?

Temperatūrinis geležies ilgėjimo koeficientas $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}K^{-1}$,
temperatūrinis benzino tūrio plėtimosi koeficientas $\beta = 10^{-3}K^{-1}$,
benzino tankis $\rho_0 = 800\ kg/m^3$.

$t_1 = 10°C$

Δm	$v_1 = 20\ l = 20 \cdot 10^{-3}\ m^3$
	$t_2 = 30°C$
	$\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}K^{-1}$
	$\beta = 10^{-3}K^{-1}$
	$\rho_0 = 800\ kg/m^3$

Šildomo bako ir benzino tūris dėl šiluminio plėtimosi didėja. Temperatūrinis skysčių tūrio plėtimosi koeficientas visuomet didesnis už kietųjų kūnų tūrio plėtimosi koeficientą, todėl, vienodai pakilus temperatūrai, benzino tūris padidėja daugiau negu indo tūris ir dalis benzino išsilieja. Norint sužinoti bako su benzinu masės pokytį, reikia apskaičiuoti į baką pripilto benzino masę pradinėje ir kambario temperatūroje ir rasti jų skirtumą. Bako masė nesikeičia. Benzino masė nurodytose temperatūrose apskaičiuojama, žinant jo tankį ir bako tūrį.

t_1 temperatūroje bako – vadinasi, ir benzino – tūris yra

V_1 t_2 temperatūroje – tūris V_2.

$V_2 = V_1\ [1+3\alpha\ (t_2 - t_1)]$

$\beta_g = 3\alpha;$

t_1 ir t_2 temperatūros benzino tankis atitinkamai lygus:

$$\varrho_1 \approx \varrho_0(1-\beta t_1);$$

$$\varrho_2 \approx \varrho_0(1-\beta t_2).$$

Bake esančio tokios temperatūros benzino masė lygi:

$m_1 = \rho_1 V_1$

$m_2 = \rho_2 V_2$.

Neatsižvelgiama į narius, kurių tūrio plėtimosi koeficientai yra aukštesnio negu pirmojo laipsnio

$$\Delta m\ = \rho_0\ (\beta - 3\alpha)\ (t_2 - t_1)$$

$$\Delta m\ = 800\ \text{kg/m}^3(10^{-3} - 3 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5})\text{K}^{-1}20°\text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 0{,}29\ \text{kg}.$$

$$\Delta m = 0{,}29\ \text{kg}.$$

36. Skystyje sveriamas plieninis rutuliukas. Iš pradžių sveriama t_1 temperatūros skystyje, ir kūnas sveria dydžiu P_1 mažiau negu ore. Antrą kartą sveriama t_2 temperatūros skystyje, ir kūno svoris jame dydžiu P_2 mažesnis už tikrąjį kūno svorį. Temperatūrinis plieno ilgėjimo koeficientas α. Kam lygus temperatūrinis skysčio tūrio plėtimosi koeficientas?

	t_1
	P_1
	t_2
β	P_2
	α

Skystyje sveriamų kūnų svoris – jėga, kuria kūnas veikia dinamometrą, – sumažėja Archimedo jėgos skystyje dydžiu. Dėl sveriamų kūnų šiluminio plėtimosi ir šildomo skysčio tankio kitimo Archimedo jėga, o kartu su ja ir įvairios temperatūros kūno svorio skystyje pokytis, skiriasi. Kai į t_1 temperatūros skystį visiškai panardinamas V_1 tūrio rutuliukas, išstumto skysčio svoris:

$$P_1 = \rho_1 g V_1;$$

Skysčio tankį ρ_1 ir plieninio rutuliuko tūrį V_1, kai temperatūra lygi t_1, galima išreikšti jų vertėmis 0°C temperatūroje:

$$\rho_1 \approx \rho_0(1 - \beta t_1);$$

$$V_1 = V_0(1 + 3\alpha t_1);$$

β – temperatūrinis skysčio tūrio plėtimosi koeficientas;

3α – temperatūrinis plieno tūrio plėtimosi koeficientas.

Kai temperatūra lygi t_2, turime:

$$P_2 = \rho_2 g V_2;$$

$$\rho_2 = \rho_0(1 - \beta t_2);$$

$V_2 = V_0(1 + 3\alpha t_2)$;

Nariai, kuriuose šiluminio plėtimosi koeficientai yra aukštesnio negu pirmojo laipsnio, čia atmesti.

$$\beta = 3\alpha + \frac{P_1 - P_2}{P_2(t_2 - t_1)}.$$

37. V = 50 l tūrio dujos izobariškai (p = 10^5 Pa) šildomos nuo T_1 = 293 K iki T_2 = 353 K temperatūros. Kokį darbą jos atlieka ir kiek kartų pakinta jų vidinė energija?

	$V_1 = 50\ l = 50 \cdot 10^{-3}\ m^3$
A	$p = 1 \cdot 10^5$ Pa
n	$T_1 = 293$ K
	$T_2 = 353$ K

Dujų izobarinio plėtimosi darbas išreiškiamas lygtimi:

$A = p(V_2 - V_1)$;

Taikome Gei-Liusako dėsnį:

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}; \quad A = pV_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right); \quad A = 1 \cdot 10^5 Pa \cdot 50 \cdot 10^3 m^3 \left(\frac{353K}{293K} - 1\right) = 1kJ;$$

Kadangi dujų (jei jos idealiosios) vidinė energija proporcinga temperatūrai, tai gauname, kad

$$n = \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1}; \qquad n = \frac{353}{293} = 1{,}2;$$

$A = 1\,kJ; \quad n = 1{,}2.$

38. Cilindre, kurio pagrindo plotas $S = 110\ cm^2$, yra $T = 290$ K temperatūros oro. $H = 0,60$ m aukštyje nuo cilindro pagrindo yra lengvas stūmoklis, ant kurio padėtas $m = 100$ kg masės svarstis. Kokį darbą atliks plėsdamosi dujos, jei pakaitinsime jas $\Delta T = 50$ K? Atmosferos slėgis $p_a = 10^5$ Pa.

	$g = 9,8\ m/s^2$
	$S = 110\ cm^2 = 110 \cdot 10^{-4}\ m^2$
	$T = 290$ K
	$H = 0,6$ m
A	$m = 100$ kg
	$\Delta T = 50$ K
	$p_a = 10^5$ Pa

Kaitinamos dujos plečiasi ir atlieka darbą A, nugalėdamos svarsčio sunkį bei atmosferos slėgį, kurie veikia stūmoklį. Kadangi šios jėgos pastovios, tai, ganėtinai lėtai kaitinamos, dujos plečiasi izobariškai ir jų darbas:

$$A = \frac{m}{M} R\Delta T \qquad \text{arba} \qquad A = p\Delta V;$$

Uždavinio sąlygoje nurodytas pradinės būsenos dujų tūris, tačiau nepasakyta, kokios tai dujos. Todėl reikia taikyti antrąją formulę.

Jeigu T_1 t temperatūros dujos užėmė tūrį V_1, o įkaitintos iki T_2 temperatūros – tūrį V_2, tai plėtimosi darbas lygus:

$$A = p(V_2 - V_1);$$

p – dujų slėgis į stūmoklį.

Kai stūmoklis pusiausviras, šį slėgį kiekvienu laiko momentu atsveria atmosferos slėgis p_a ir svarsčio sukeliamas slėgis:

$$p = \frac{mg}{S}; \qquad p = p_a + \frac{mg}{S};$$

Dujos plečiasi izobariškai:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2} \quad \text{arba} \quad \frac{HS}{T_1}=\frac{V_2}{T_2};$$

Uždavinio sąlygoje plotas ir dujų stulpelio pradinis aukštis H pateikti.

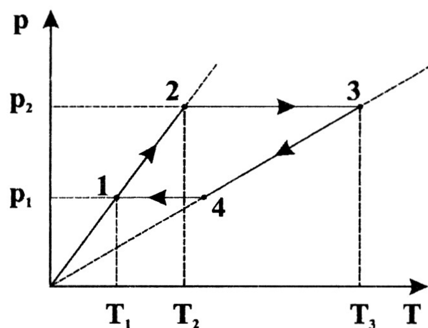
$$A=\left(p_a+\frac{mg}{S}\right)\left(\frac{T_2-T_1}{T_1}\right)HS;$$

$$A=\left(10^5 Pa+\frac{100\,kg\cdot 9{,}8\,m/s^2}{110\cdot 10^{-3}m^2}\right)\left(\frac{50\,K}{290\,K}\right)\cdot 0{,}6\,m\cdot 110\cdot 10^{-4}m^2=207\,J;$$

$$A=207\,J.$$

39. 19 pav. pavaizduotas ciklinis procesas, kurį atlieka ν = 5 mol idealiųjų vienatomių dujų. Raskite kokį darbą atliko dujos ciklo metu, jei T_1 = 600 K, T_2 = 1000 K, T_3 = 1400 K.

A	ν = 5 mol T_1 = 600 K T_2 = 1000 K T_3 = 1400 K R = 8,31 J/(K mol)



19 pav.

Norint apskaičiuoti dujų atliktą darbą, patogu duotą ciklą nusibrėžti pV diagramoje, nes šiuo atveju ciklo apribotas plotas skaitine verte lygus dujų atliktam darbui (20 pav.).

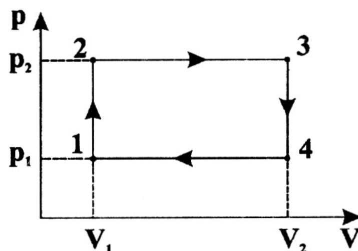
$$A=(p_2-p_1)(V_2-V_1)=p_1\left(\frac{p_2}{p_1}-1\right)V_1\left(\frac{V_2}{V_1}-1\right)=p_1V_1\left(\frac{p_2}{p_1}-1\right)\left(\frac{V_2}{V_1}-1\right);$$

Užrašome būsenos lygtis taškams:

$p_1V_1=\nu RT_1$;

$p_2V_2=\nu RT_2$;

$p_2V_2=\nu RT_3$;



20 pav.

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{T_2}{T_1};\qquad \frac{V_2}{V_1}=\frac{T_3}{T_2};\qquad A=\nu RT_1\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)\left(\frac{T_3}{T_2}-1\right);$$

$$A=5\,mol\cdot 8{,}31\,J/K\cdot mol\cdot 600\,K\left(\frac{1000K}{800K}-1\right)\left(\frac{1400K}{1007K}-1\right)=6{,}7\cdot 10^3\,J=6{,}7\,kJ;$$

$A\approx 6{,}7\,kJ$.

40. Anglies dvideginio dujos, kurių masė m = 0,5 kg, yra cilindre po įtvirtintu stūmokliu. Dujos pašildomos T = 50 K. Kokį darbą jos atliko ir kiek pakilo jų vidinė energija?

A	$m = 0{,}5$ kg
	$\Delta T = 50$ K
ΔU	$c_v = 830\dfrac{J}{kg\cdot K}$

Kadangi stūmoklis įtvirtintas, tai dujos nesiplečia ir darbo neatlieka:

A = 0;

Jų vidinės energijos pokytis išreiškiamas:

$\Delta U = c_v m \Delta T$; $\Delta U = 830\, J/kgK \cdot 0{,}5\, kg \cdot 50\, K = 20750\, J$;

$\Delta U = 20{,}75\, kJ$.

41. Azoto dujos, kurių masė m = 20 g, izotermiškai plečiasi (T = 253 K), todėl jų slėgis sumažėja nuo $p_1 = 3 \cdot 10^5$ Pa iki normalaus. Apskaičiuokite dujų plėtimosi darbą, jų vidinės energijos pokytį ir dujoms suteiktą šilumos kiekį.

A	$m = 20 \cdot 10^3$ kg
ΔU	T = 253 K
ΔQ	$p_1 = 3 \cdot 10^5$ Pa
	$p_2 = 1 \cdot 10^5$ Pa
	$M = 28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol
	R = 8,31 J/Kmol

Dujų izoterminio plėtimosi darbas išreiškiamas:

$$A = \frac{mRT}{M} \ln \frac{V_2}{V_1};$$

Remiantis Boilio ir Marioto dėsniu, tūrių santykį galima pakeisti slėgių santykiu:

Tada

$$A = \frac{mRT}{M} \ln \frac{p_1}{p_2};$$

$$A = \frac{20 \cdot 10^3 kg}{28 \cdot 10^{-3} kg/mol} \cdot 8{,}31\, J/K \cdot mol \cdot 253K \cdot \ln \frac{3}{1} = 1650\, J;$$

Kadangi dujų temperatūra nekinta, tai $\Delta U = 0$.

Dujoms suteiktas šilumos kiekis apskaičiuojamas remiantis lygtimi

$\Delta Q = \Delta U + A$; $A = 0 + 1{,}65\,kJ = 1{,}65\,kJ$;

$A = 1{,}65\,kJ$; $\Delta U = 1{,}65\,kJ$.

42. Azoto dujos, kurių masė m = 0,2 kg, šildomos izobariškai ir izochoriškai. Dujų temperatūra pakinta dydžiu ΔT = 100 K. Kiek kartų skiriasi joms suteikti šilumos kiekiai ir vidinių energijų pokyčiai?

$\frac{Q_p}{Q_v}$	m = 0,2 kg c_v = 742 J/kg K T = 100 K
$\frac{\Delta u_p}{\Delta u_v}$	c_p = 1046 J/kgK

Dujoms suteiktas šilumos kiekis:

$\Delta Q = cm\Delta T$;

Pašildžius dujas izobariškai, joms buvo suteiktas šilumos kiekis:

$\Delta Q_p = c_p m\Delta T$;

c_p – dujų savitoji šiluma, kai slėgis pastovus.

Izochoriškai pašildytos dujos gavo šilumos kiekį:

$\Delta Q_v = c_v m\Delta T$

c_v – dujų savitoji šiluma, kai tūris pastovus.

$$\frac{\Delta Q_p}{\Delta Q_v} = \frac{c_p}{c_v}; \qquad \frac{\Delta Q_p}{\Delta Q_v} = \frac{1046\,J/kg\cdot K}{742\,J/kg\cdot K} = 1{,}4;$$

Dujų vidinės energijos pokytis abiem atvejais vienodas:

$$\Delta U = c_v m \Delta T; \qquad \text{Todėl} \quad \frac{\Delta U_p}{\Delta U_v} = 1;$$

$$\frac{\Delta Q_p}{\Delta Q_v} = 1{,}4; \qquad \frac{\Delta U_p}{\Delta U_v} = 1.$$

43. P = 30 kW galios įrenginys vėsinamas vandeniu, tekančiu 15 mm skersmens vamzdžiu. Vanduo sušyla 15 kelvinų. Apskaičiuokite vandens greitį vamzdyje.

v	$P = 30$ kW $= 30 \cdot 10^3$ W $d = 15$ mm $= 15 \cdot 10^{-3}$ m $\Delta T = 15$ K $\eta = 100\%$ $c = 4200$ J/kg · K $\rho = 1000$ kg/m^3

Vanduo sušyla, nes gauna šilumos iš šildytuvo. Todėl galima taikyti šilumos balanso lygtį:

$Q_{gaut} = Q_{atid}$,

$c m \Delta T = Pt$;

Vandens masė:

$$m = \varrho V; \quad V = S \cdot l; \quad l = v \cdot t; \quad S = \frac{\pi d^2}{4}; \quad V = \frac{\pi d^2}{4} v \cdot t;$$

$$m = \varrho \frac{\pi d^2}{4} v \cdot t; \quad c\varrho \frac{\pi d^2}{4} vt\Delta T = P \cdot t;$$

ρ – vandens tankis.

Tada vandens tėkmės greitis

$$v = \frac{4P}{c\varrho \pi d^2 \Delta T};$$

$$v = \frac{4 \cdot 30 \cdot 10^3 W}{4200\, J/kg \cdot K \cdot 1000\, kg/m^3 \cdot 3{,}14 (15 \cdot 10^{-3})^2 m^2 \cdot 15\, K} = 2{,}7\, m/s;$$

$$v = 2{,}7 m/s.$$

44. Vanduo krinta iš 30 m aukščio. 30% vandens kinetinės energijos virsta jo vidine energija. Keliais kelvinais padidėja temperatūra?

ΔT	$c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg · K $g = 9{,}8$ m/s^2 $h = 30$ m $\eta = 30\%$; $\eta = 0{,}3$

Vanduo sušyla, nes dalis vandens kinetinės energijos virsta vidine energija. Rašome šilumos balanso lygtį:

$$Q_{gaut} = Q_{atid};$$

$$cm\Delta T = \eta \Delta E_K; \quad \Delta E_k = \Delta E_p = mgh; \quad cm\Delta T = \eta mgh;$$

Vandens temperatūros padidėjimas:

$$\Delta T = \frac{\eta g h}{c};\ \Delta T = 0{,}3\frac{9{,}8\, m/s^2 \cdot 30\, m}{4{,}2\cdot 10^3 J/kg\cdot K} = 0{,}02\, K;$$

$$\Delta T = 0{,}02 K.$$

45. Sumaišomi du skysčiai. Vieno jų masė m_1, specifinė šiluma c_1, temperatūra T_1, kito atitinkamai – m_2, c_2, T_2. Kam lygi mišinio nuostovioji temperatūra? Kam ji lygi, kai skysčiai vienarūšiai?

T	m_1, c_1, T_1
	m_2, c_2, T_2

Sumaišius skirtingos temperatūros skysčius, vienas jų atvėsta, o kitas sušyla. Rašoma šilumos balanso lygtis:

$Q_{atid} = Q_{gaut}$;

$c_1 m_1 (T_1 - T) = c_2 m_2 (T - T_2)$;

čia T – nuostovioji (galinė) mišinio temperatūra:

$$T = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2};$$

Vienarūšių skysčių $c_1 = c_2$;

$$T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2};$$

O jei jų ir masės vienodos, mišinio

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

46. Kiek laiko reikia kaitinti spiritine lempute 0,5 l vandens, kad jis užvirtų? Vandens pradinė temperatūra $T_1 = 283$ K; kas minutę sudega 2 g spirito, kurio savitoji degimo šiluma q = 29,4 MJ/kg; lemputės naudingumo koeficientas $\eta = 40\%$; indo šiluminė talpa C = 115 J/K.

t	$V = 0{,}5\ l = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3$
	$T_1 = 283$ K
	$T_2 = 373$ K
	$\frac{\Delta m}{\Delta t} = 2 \cdot 10^{-3}\, kg/\min$
	$q = 29{,}4 \cdot 10^6$ J/kg
	$\eta = 0{,}4$
	C = 115 J/K
	c = 4200 J/kg · K
	$\rho = 1000$ kg/m^3

Šilumos balanso lygtis:

$\eta Q_{atid} = Q_{gaut}$;

Lemputės liepsnos atiduotas šilumos kiekis:

$Q_{atid} = qm_1$;

m_1 – suvartoto spirito masė:

$$m_1 = \frac{\Delta m}{\Delta t} t;$$

čia $\frac{\Delta m_1}{\Delta t}$ – spirito degimo greitis, t – šildymo laikas.

Taigi

$$Q_{atid} = q\frac{\Delta m_1}{\Delta t}t \; ;$$

Dalį šio šilumos kiekio gavo vanduo ir indas:

$Q_{gaut} = (C + cM)\,(T_2 - T_1);$

čia c – vandens savitoji šiluma, M – jo masė.

Tuomet $M = \rho V;$

$Q_{gaut} = (C + c\rho V)\,(T_2 - T_1);$

$$t = \frac{(C + c\rho V)(T_2 - T_1)}{\eta q \frac{\Delta m}{\Delta t}} \; ;$$

$$t = \frac{\left(115\,J/K + 4200\,J/kgK \cdot 1000\,kg/m^3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,m^3\right) \cdot (373 - 283)}{0{,}4 \cdot 29{,}4 \cdot 10^6\,J/kg \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,kg/\min} \cong 1{,}46\min \; ;$$

$t \cong 1{,}46\min$.

47. Idealiojo šiluminio variklio šildytuvo temperatūra $T_1 = 480$ K, o aušintuvo $T_2 = 280$ K. Kiek kartų pakinta variklio naudingumo koeficientas, šildytuvo temperatūrą padidinus, o aušintuvo sumažinus dydžiu $\Delta T = 100$ K?

$\frac{\eta'}{\eta}$	$T_1 = 480$ K
	$T_2 = 280$ K
	$\Delta T = 100$ K

Ieškomą santykį apskaičiuojame pagal lygtį: $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad \text{ir} \qquad \eta' = 1 - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1 + \Delta T}.$$

$$\frac{\eta'}{\eta} = \frac{T_1 - T_2 + 2\Delta T}{(T_1 + \Delta T)(T_1 - T_2)} T_1; \quad \frac{\eta'}{\eta} = \frac{(480 - 280)K + 2 \cdot 200K}{(480 + 200)K(480 - 280)K} \cdot 480K = 2{,}1;$$

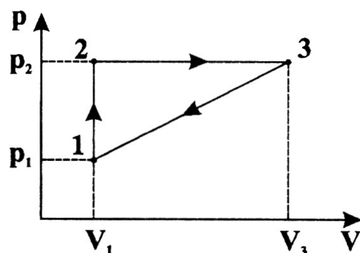
$$\frac{\eta'}{\eta} = 2{,}1.$$

48. Vieno molio vienatomių idealiųjų dujų – šiluminio variklio darbo medžiagos – ciklas pavaizduotas 21 pav. Apskaičiuokite variklio naudingumo koeficientą, jei $p_2 = 2p_1$, o $V_3 = 5V_1$.

η	$p_2 = 2p_1$ $V_3 = 5V_1$

Naudingumo koeficientą apskaičiuosime pagal formulę:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$



21 pav.

Naudingas darbas lygus kilpos plotui:

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = 2p_1V_1;$$

O kiek šilumos gavo darbo medžiaga? Pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį:

$$Q_1 = \Delta U_{12} + A_{12} + \Delta U_{23} + A_{23};$$

Apskaičiuosime kiekvieną lygties narį:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} R\Delta T_{21} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2} p_1V_1; \qquad A_{12} = 0;$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} R\Delta T_{32} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = 12 p_1V_1;$$

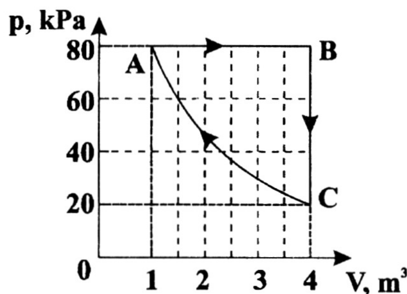
$$A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 8 p_1V_1;$$

$$Q_1 = \frac{43}{2} p_1V_1; \qquad \eta = \frac{2p_1V_1}{\frac{43}{2} p_1V_1}; \quad \eta = \frac{4}{43}; \qquad \eta = 0{,}093;$$

$$\eta \approx 9{,}3\% .$$

49. 22 pav. vaizduojamas ν = 40 mol tobulųjų dujų ciklas ABCA p ir V koordinačių sistemoje. Apskaičiuokite dujų darbą: a) apytiksliai remdamiesi grafiniu vaizdavimu; b) tiksliai skaičiuodami analitiškai.

A	$\nu = 40\,mol$
	$R = 8{,}31\,J/(mol \cdot K)$
	$P_c = 20\,KPa = 20 \cdot 10^3\,Pa$
	$P_b = 80\,KPa = 80 \cdot 10^3\,Pa$
	$V_A = 1\,m^3$
	$V_B = 4\,m^3$



22 pav.

a) p ir V koordinačių sistemos vieno stačiakampio plotu vaizduojamas dujų darbas yra:

$$A_1 = \Delta p_1 \Delta V_1; \qquad A_1 = 20 \cdot 10^3\,Pa \cdot 0{,}5\,m^3 = 1000\,J; \qquad A_1 = 10\,kJ;$$

Ciklo plotas vaizduojamas apie N = 12 stačiakampių. Visas ciklo darbas

$$A = NA_1; \quad A = 12 \cdot 10\,kJ = 120\,kJ; \quad A = 120\,kJ.$$

b) Analitiškai skaičiuojant viso ciklo dujų darbas

$A = A_{AB} + A_{BC} + A_{CA}$;

Darbas atskirų procesų metu:

$A_{AB} = p_A(V_B - V_A)$

$A_{AB} = 80 \cdot 10^3$ Pa (4 m^3 – 1 m^3) = 240000 J = 240 kJ; $\quad A_{AB} = 240$ J;

$A_{BC} = (p_C - p_B)(V_C - V_B) = (p_C - p_B)\,0 = 0$; $\quad A_{CA} = -111{,}2$ kJ; $\quad A_{BC} = 0$;

$$A_{CA} = \int pdV = p\int dV = \frac{\nu RT}{V} = \int_C^A dV = \nu RT\, In\frac{V_A}{V_C} = \nu RT\left(In V_A - In V_C\right);$$

$A_{CA} = -111{,}2$ kJ;

Dujų būsenos A temperatūrą randame taip:

$p_A V_A = \nu RT$

$$T = \frac{p_A V_A}{\nu R}; \quad T = \frac{80 \cdot 10^3\,Pa \cdot 1\,m^3}{40\,mol \cdot 8{,}31\,J/(mol \cdot K)} = 240{,}7K; \qquad T = 240{,}7K.$$

Visas ciklo darbas yra:

A = 240 kJ + 0 – 111,2 kJ = 128,8 kJ;

A = 128,8 kJ.

50. Ledo masė $m_1 = 5$ kg, vandens masė $m_2 = 15$ kg, jų temperatūra $T_0 = 273$ K. Leidžiant į sistemą $T = 373$ K temperatūros vandens garus, sistemos temperatūra padidėjo iki 353 K. Apskaičiuokite garų masę.

m	$c = 4200$ J/kg · K
	$m_1 = 5$ kg
	$m_2 = 15$ kg
	$T_0 = 273$ K
	$T = 373$ K
	$\theta = 353$ K
	$\alpha = 2{,}28 \cdot 10^6$ J/kg
	$\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ J/kg

Pagal šilumos balanso lygtį:

$$Q_{atid} = Q_{gaut};$$

$$Q_{garų} + Q_{garų\ iš\ H_2O} = Q_{ledo} + Q_{H_2O} + Q_{H_2O\ iš\ ledo};$$

$$\alpha m + c_{H_2O}\, cm(T + \theta) = \lambda m_1 + c_{H_2O}(m_1 + m_2)(\theta - T_0).$$

$$m = \frac{\lambda m_1 + c_{H_2O}(m_1 + m_2)(\theta - T_0)}{L + c_{H_2O}(T + \theta)};$$

$$m = \frac{3{,}3 \cdot 10^5 J/kg \cdot 5\,kg + 4200\,J/kg \cdot K(5 + 15)kg(353 - 273)}{2{,}28 \cdot 10^6 J/kg + 4200\,J/kg \cdot K(373 + 353)} = 3{,}6\,kg;$$

$$m = 3{,}6\,kg.$$

51. Tobuloji šiluminė mašina vienu ciklu atlieka A = 3,6 kJ darbą. Šildytuvo temperatūra t_1 = 227°C, aušintuvo t_2 = 27°C. Kokį šilumos kiekį Q_1 mašina vienu ciklu gauna iš šildytuvo ir kokį šilumos kiekį Q_2 atiduoda aušintuvui?

	$A = 3{,}6\ kJ = 3{,}6 \cdot 10^3\ J$
	$t_1 = 227°C;\ T_1 = 500\ K$
Q_1	$t_2 = 27°C;\ T_2 = 300\ K$
Q_2	

Tobulosios šiluminės mašinos naudingumo koeficientas

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_0}{T_1};$$

Realios mašinos naudingumo koeficientą išreiškiame atliekamu darbu:

$$\eta = \frac{A}{Q_1};$$

Apskaičiuojame mašinos vienu ciklu iš šildytuvo gautą šilumos kiekį, tobulosios mašinos naudingumo koeficientą laikydami apytiksliai lygiu realios mašinos naudingumo koeficientui:

$$\eta_{max} = \eta; \qquad \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1}; \qquad Q_1 = \frac{AT_1}{T_1 - T_2};$$

$$Q_1 = \frac{3{,}6 \cdot 10^3 J \cdot 500\,K}{200\,K} = 9000\,J = 9\,kJ;$$

Mašina aušintuvui atiduoda šilumos kiekį:

$$A = Q_1 - Q_2; \qquad Q_2 = Q_1 - A; \qquad Q_2 = 9000J - 3600J = 5400J = 5{,}4\,kJ;$$

$$Q_1 = 9kJ; \qquad Q_2 = 5{,}4kJ.$$

II. ELEKTRA

Šiame skyriuje sprendžiami

1. Uždaviniai, kuriuose taikomi Kulono, Omo dėsniai, elektrolizės dėsniai, skaičiuojamas elektrinio lauko stipris, jėga, darbas, galia, energija, potencialas, įtampa, talpa, srovės stipris, varža, elektrovara, taikomi nuoseklaus ar lygiagretaus laidininkų bei šaltinių jungimo atvejai.

a) elektrostatikos uždaviniai: $q = ne$; $q_1 + q_2 + q_3 + \ldots = const$

$$F = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r^2}; \quad F = qE; \quad E = \frac{F}{q}; \quad E = \frac{U}{d}; \quad E = \frac{kq}{\varepsilon r^2};$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n; \quad \sigma = \frac{q}{s}; \quad A = qEd; \quad A = \frac{kqq_0}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right);$$

$$W_p = k\frac{qq_0}{\varepsilon r}; \quad \varphi = \frac{W_p}{q_0}; \quad \varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}; \quad U = \frac{A}{q}; \quad A = q(\varphi_1 - \varphi_2);$$

$$A = qU; \quad \varepsilon = \frac{E_0}{E}; \quad C = \frac{q}{\varphi}; \quad C = \frac{q}{U};$$

$$C = \frac{\varepsilon r}{k}; \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}; \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S(n-1)}{d};$$

$$\begin{cases} C = C_1 + C_2 + \ldots C_n \text{ (lygiagrečiam sujungimui);} \\ C = nC_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots \frac{1}{C_n} \text{(lygiagrečiam sujungimui);} \\ \frac{1}{C} = n\frac{1}{C_1} \end{cases}$$

$$W = \frac{qU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{q^2}{2C}.$$

b) uždaviniai iš elektros srovės metaluose:

$$I = \frac{q}{t}; \quad I = en_0vs; \quad j = \frac{I}{S}; \quad I = \frac{U}{R}; \quad R = \varrho\frac{l}{s};$$

$$\varepsilon = \frac{A}{q}; \quad I = \frac{\varepsilon}{R+r}; \quad R = R_0(1+\alpha t); \quad A = IUt; \quad P = I \cdot U;$$

$$Q = I^2Rt; \quad Q = \frac{U^2}{R}t;$$

Nuoseklaus jungimo dėsningumai:

$I = I_1 = I_2 = \ldots$ const

$U = U_1 + U_2 + \ldots$

I = nε/R+nr

$R = R_1 + R_2 + \ldots$

Lygiagretaus jungimo dėsningumai:

$I = I_1 + I_2 + \dots$

$U = U_1 = U_2 = \dots$ const

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{m}}$$

c) uždaviniai iš elektros srovės skyriuose:

$m = kq$; $m = kIt$

$$K = \frac{1}{F}\frac{M}{n}; \qquad e = \frac{F}{N_A}.$$

d) uždaviniai iš elektros srovės dujose:

$$W = qEd; \qquad E = \frac{U}{d}.$$

52. $l = 2$ m atstumu vienas nuo kito esantys įelektrinti rutuliukai stumia vienas kitą $F = 1$ N jėgą. Bendras rutuliukų $Q = 5 \cdot 10^{-5}$ C. Raskite kiekvieno rutuliuko krūvį.

	$l = 2$ m
	$F = 1$ N
q_1	$Q = 5 \cdot 10^{-5}$ C
	$k = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m^2/C^2
q_2	$\varepsilon = 1$
	$q_1 + q_2 = Q$

Pagal Kulono dėsnį

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon l^2}; \qquad q_1 q_2 = \frac{\varepsilon l^2 F}{k};$$

$$q_1 + q_2 = Q; q_1 = Q - q_2;$$

$$(Q - q_2)q_2 = \frac{\varepsilon l^2 F}{k};$$

Išsprendę kvadratinę lygtį gauname:

$q_1 = 3{,}8 \cdot 10^{-6}$ C; $\qquad q_2 = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C.

53. Koks atstumas tarp dviejų elektrinių krūvių glicerine, jei jų sąveikos jėga tokia kaip $r = 50$ cm atstumo vakuume?

	$r = 50$ cm $= 0{,}5$ m
	$\varepsilon = 43$
R	$k = 9 \cdot 10^9$ N$\cdot$m^2/C^2
	$F_1 = F_2$

Sąveikos jėga vakuume:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2};$$

Sąveikos jėga glicerine:

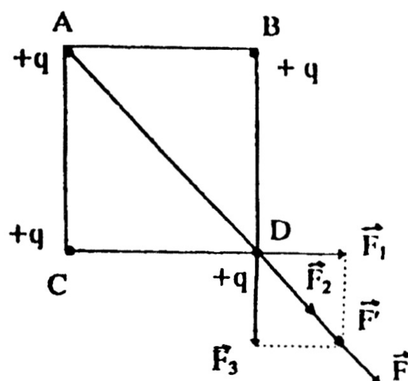
$$F_1 = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon R^2}; \qquad F = F_1; \qquad R = \frac{r}{\sqrt{\varepsilon}};$$

Apskaičiavę gauname:

$$R = 0{,}076\,m.$$

54. Keturi vienodi teigiamieji taškiniai krūviai q = 20 μC įtvirtinti glicerine panardinto kvadrato viršūnėse. Kvadrato kraštinė a = 15 cm. Rasti jėgą, kuria trys krūviai veikia ketvirtąjį.

F	$q = 20\ \mu C = 2 \cdot 10^{-5}$ C
	a = 15 cm = 0,15 m
	$\varepsilon = 43$



23 pav.

Kvadrato viršūnėje D esantį krūvį veiks jėgos:

$$F_3 = F_1 = \frac{kq^2}{\varepsilon a^2}; \qquad F_2 = \frac{kq^2}{\varepsilon l^2} = \frac{kq^2}{2\varepsilon a^2};$$

Čia $l = BD = a\sqrt{2}$. Jėgų F_1 ir F_3 atstojamoji

$$F' = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} = F_1\sqrt{2};$$

Ši jėga F ir jėga F_2 yra vienos krypties, todėl kvadrato viršūnėje D esantį krūvį +q veiks jėga

$$F = F' + F_2 = \frac{kq^2}{2\varepsilon a^2}\left(2\sqrt{2} + 1\right);$$

Apskaičiavę gauname:

$$F = 7{,}1\,N.$$

55. Atstumas tarp dviejų vienodų m = 0,03 g masės vandens lašelių lygus 1 m: Tarkime, kad 1% vieno lašelio elektronų perduodamas kitam. Apskaičiuokite lašelių elektrostatinės sąveikos jėgą.

	$M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol
	$k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$
	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ /mol
	$m = 0{,}03 \cdot 10^{-3}$ kg
F	$r = 1$ m
	$\delta = 1\% = 0{,}01$
	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Elektrostatinės sąveikos jėgos modulis lygus

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2};$$

Pagal krūvio tvermės dėsnį

$$q_1 = q_2;$$

t. y. vieno lašelio atiduotas krūvis lygus kito lašelio gautam krūviui. Šis krūvis proporcingas gautų (ar perduotų) elektronų skaičiui:

$q_1 = en;$

Koks gautas elektronų skaičius? Elektronų skaičius N lašelyje:

$N = n_0 z.$

Jis lygus vienos molekulės elektronų skaičiaus n_0 ir lašelio molekulių skaičiaus z sandaugai.

Vienoje vandens molekulėje yra $n_0 = 10$ elektronų (2 elektronai H_2 molekulėje ir 8 elektronai O atome).

Vandens lašelio molekulių skaičius:

$$z = \frac{m}{M} N_A;$$

N_A – Avogadro skaičius.

Iš sąlygos išplaukia, kad gautų elektronų skaičius yra tik visų elektronų skaičiaus dalis δ.

$$n = \delta N = \delta \cdot 10 \frac{m}{M} N_A; \qquad q = e\delta \cdot 10 \frac{m}{M} N_A;$$

Lašelių elektrostatinės sąveikos jėga:

$$F = \frac{k \cdot e^2 \delta^2 10^2 m^2 N_A^2}{r^2 M^2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$F \approx 2{,}3 \cdot 10^{12} N.$$

56. Ant siūlo kabo du vienodi m masės metaliniai rutuliukai. Jie įelektrinti vienodo q dydžio krūviais. Atstumas tarp rutuliukų BC = l (24 pav.). Apskaičiuokite siūlo dalių AB ir BC įtempimo jėgą, kai krūviai yra vienarūšiai ir įvairiarūšiai. Kokiu atveju ir kuri jų gali būti lygi nuliui?

T_{AB} T_{BC}	m, q, l

Kai rutuliukų krūviai vienarūšiai, kiekvieną jų veikia (24 pav.) pažymėtos jėgos. Kadangi rutuliukai nejuda, tai viršutinio rutuliuko pusiausvyros sąlyga yra tokia:

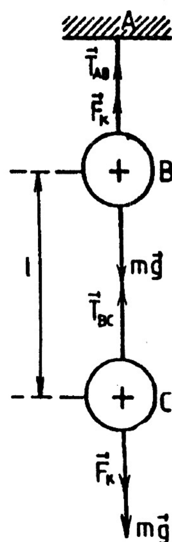
$T_{AB}+F_K = 2mg;$

čia F_K – rutuliukų elektrinės sąveikos jėga.

$$T_{AB} = 2mg - F_K = 2mg - \frac{kq^2}{l^2};$$

Apatinės siūlo dalies įtempimo jėga:

$$T_{BC} = mg + F_K = mg + \frac{kq^2}{l^2};$$



24 pav.

Nuliui gali būti lygi tik siūlo viršutinės dalies įtempimo jėga. Tada B rutuliukas pakibęs ore ir

$$2mg = \frac{kq^2}{l^2};$$

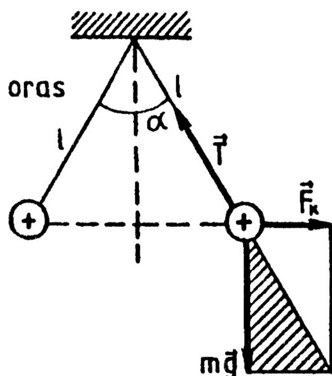
Analogiškai sprendžiame su nevienarūšiais krūviais.

57. Du vienodo dydžio rutuliukai, įelektrinti vienarūšiais krūviais, kabo ant vienodo ilgio siūlų, kurie pritvirtinti viename taške. Sistemą panardinus į žibalą, kampas α tarp siūlų nepakinta (25, 26 pav.). Apskaičiuokite rutuliukų medžiagos tankį.

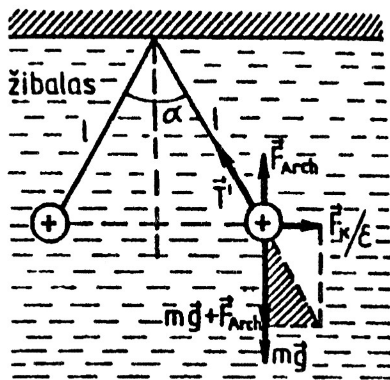
	$\varepsilon = 2$
ρ_r	$\rho = 8 \cdot 10^2$ kg/m^3

Pažymėkime, pavyzdžiui, dešinįjį rutuliuką veikiančias jėgas (rutuliukai nejuda, yra pusiausvyra). Skystyje rutuliukų elektrostatinės sąveikos jėga sumažėja ε kartų, ir atsiranda Archimedo keliamoji jėga. Kadangi kampas tarp siūlų ore ir žibale vienodas, tai užbrūkšniuoti trikampiai panašūs. Todėl

$$\frac{F_k}{mg} = \frac{\frac{F_k}{\varepsilon}}{mg - F_{Arch}};$$



25 pav.



26 pav.

Į šią lygtį įrašysime elektrostatinės ir Archimedo jėgos bei rutuliuko masės išraiškas

$$F_k = \frac{kq^2}{r^2};$$

$F_{Arch} = \varrho V g$;

$m = \varrho_r V$;

V – rutuliuko tūris.
Rutuliuko medžiagos tankis

$$\varrho_r = \varrho \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$$

Apskaičiavę gauname:

$\varrho_r = 1{,}6 \cdot 10^3 kg / m^3$.

58. Elektrinį lauką sukuria taškinis q = 4,0 $\cdot 10^{-7}$ C krūvis, esantis transformatorinėje alyvoje. Apskaičiuokite elektrinio lauko stiprį ir potencialą taške, nutolusiame nuo krūvio r = 20 cm atstumu.

E	$q = 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ C
φ	r = 20 cm = 0,2 m
	$\varepsilon = 2{,}5$
	$k = 9 \cdot 10^9 (N \cdot m^2)/C^2$

Taškinio krūvio sukuriamo elektrinio lauko stipris

$$E = \frac{kq}{\varepsilon r^2};$$

Apskaičiavę gauname:

$E = 3{,}6 10^4 N / C$;

Potencialas

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r};$$

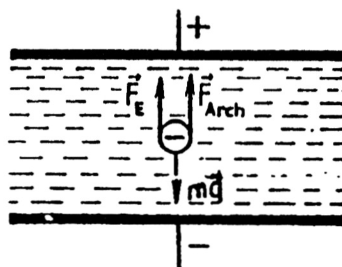
Apskaičiavę gauname:

$$\varphi = 7200V;$$

$$E = 3{,}6\,10^4 N/C; \quad \varphi = 7200V.$$

59. Rutuliukas, kurio spindulys R, įelektrinamas krūviu q ir panardinamas į alyvą tarp plokščiojo kondensatoriaus plokščių (27 pav.). Rutuliuko medžiagos tankis ρ_1, alyvos – ρ_2. Kam lygus elektrostatinio lauko stipris, kai rutuliukas nejuda?

E	q, R,
	ρ_1, ρ_2



27 pav.

Rutuliuką veikia trys jėgos: žemyn nukreipta sunkio jėga

$$F_S = mg = \varrho_1 \frac{4}{3}\pi R^3 g;$$

aukštyn nukreipta Archimedo jėga:

$$F_{Arch} = \varrho_2 \frac{4}{3}\pi R^3 g;$$

elektrostatinio lauko jėga:

$$F_E = qE;$$

nukreipta aukštyn arba žemyn (priklausomai nuo krūvio ženklo ir plokščių poliaringumo).

Nejudančio įelektrinto rutuliuko pusiausvyros sąlyga

$$m\vec{g} + \vec{F}_{arch} + \vec{F}_E = 0;$$

arba projekcijom:

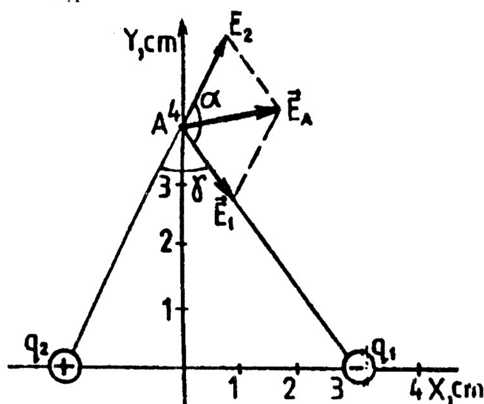
$$mg - F_{Arch} \pm F_E = 0;$$

Įrašę į šią lygtį jėgų išraiškas, gauname

$$E = \frac{4}{3}\pi R^3 g \frac{|\varrho_1 - \varrho_2|}{q}.$$

60. Taškiniai krūviai $|q_1| = |q_2| = 3$ nC yra XOY plokštumoje. Jų kordinatės: $x_1 = 3$ cm, $y_1 = 0$ cm ir $x_2 = 0$ cm, $y_2 = 0$ cm. Apskaičiuokite elektrostatinio lauko stiprį taške A, kurio koordinatės $x_A = 0$ cm, $y_A = 4$ cm.

E_A	$\lvert q_1\rvert = \lvert q_2\rvert = 3 \cdot 10^{-9}$ C $x_1 = 3,\ y_1 = 0$ $x_2 = 2,\ y_2 = 0$ $x_A = 0,\ y_A = 4$ $k = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m²/C²



28 pav.

Uždavinio sąlyga pavaizduota 28 pav. Tarkime, kad $q_1 < 0$. Iš laukų superpozicijos principo išplaukia, kad atstojamojo lauko stipris taške A lygus

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2;$$

Šio vektoriaus modulis apskaičiuojamas remiantis kosinuso teorema:

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha};$$

čia α – kampas tarp krūvių sukurtų laukų stiprio vektorių taške A.
i-tojo taškinio krūvio lauko stiprio modulis

$$E_i = k\frac{q_1}{\varepsilon r_1^2}; \qquad \varepsilon = 1$$

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2;$$

$$\cos\alpha\left(180^0 - \gamma\right) = -\cos\gamma = \frac{\left(x_1 - |x_2|^2\right) - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2};$$

$$E_A = kq\sqrt{\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{2}{x_1 \cdot x_2}\cdot\frac{\left(x_1 - |x_2|\right)^2 - x_1^2 - x_2^2}{2x_1|x_2|}};$$

Apskaičiavę gauname: $E_A \approx 970\, V/m$;

Jeigu q > 0, tai vektoriaus $\vec{E}_A$ modulis nekinta, kinta tik kryptis.

$$E_A \approx 970\, V/m.$$

61. Elektronas greičiu $v_0 = 5 \cdot 10^7$ m/s įlekia į vienalytį elektrostatinį plokščiojo kondensatoriaus lauką lygiagrečiai ir simetriškai plokštėms. Plokščių ilgis $l = 5$ cm, atstumas tarp jų $d = 2$ cm. Koks turėtų būti minimalus elektrostatinio lauko stipris, kad elektronas neišlėktų iš kondensatoriaus?

	$v_0 = 5 \cdot 10^7$ m/s
	$l = 5 \cdot 10^{-2}$ m
E_{min}	$d = 2 \cdot 10^{-2}$ m

Tarp kondensatoriaus plokščių lekiantį elektroną veikia elektrostatinio lauko jėga

$$\vec{F}_E = e\vec{E}$$

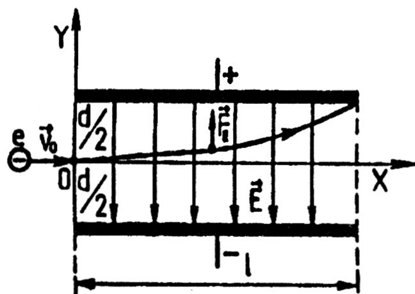
Dėl šios jėgos poveikio elektrono pradinio judėjimo kryptis pasikeičia: jis juda parabole. Parabolės išlinkimo laipsnis, aišku, priklauso nuo elektrono pradinio greičio ir nuo lauko stiprio. Kai $E = E_{min}$, elektronas kliudys teigiamąją plokštę – iš kondensatoriaus neišlėks (29 pav.). Kad būtų patogiau, nusibraižome X ir Y koordinačių ašis. X ašies kryptimi elektronas juda tolygiai (jokia jėga jo neveikia).

$$x = v_0 t;$$

Y ašies kryptimi elektronas juda tolygiai greitėdamas, nes jį veikianti jėga $\vec{F}_E$ suteikia jam pagreitį:

$$a = \frac{eE}{m} = const;$$

$$y = \frac{at^2}{2} = \frac{eE}{2m}t; \quad y = \frac{eEx^2}{2mv_0^2};$$



29 pav.

Tai parabolės lygtis. Iš uždavinio sąlygos aišku, kad elektronas, įveikęs tarpą tarp kondensatoriaus plokščių ($x = l$), nukrypsta nuo pradinės lėkio krypties

atstumu $y = \frac{d}{2}$.

Tada $E = E_{min}$:

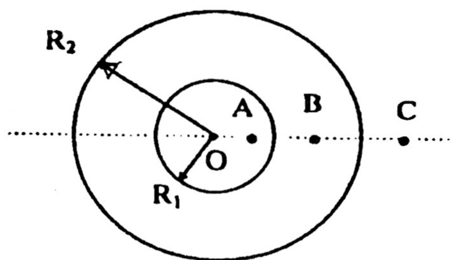
$$E_{\min} = \frac{m \cdot d \cdot v_0^2}{el^2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$E_{\min} = 113{,}75\, kV/m.$$

62. Ore yra dvi koncentriškos sferos, kurių spinduliai R_1 = 15 cm ir R_2 = 30 cm (30 pav.) Vidinėje sferoje pasiskirstęs $-2 \cdot 10^{-8}$ C krūvis, o išorinės sferos potencialas lygus 450 V. Apskaičiuokite elektrinio lauko stiprį ir potencialą taškuose, nutolusiuose nuo sferų centro 10 cm, 20 cm ir 40 cm.

E_A	R_1 = 15 cm = 0,15 m
E_B	R_2 = 30 cm = 0,3 m
E_C	$q_1 = -2 \cdot 10^{-8}$ C
φ_A	φ_2 = 450 V
φ_B	r_A = 10 cm = 0,1 m
φ_C	r_B = 20 cm = 0,2 m
	r_C = 40 cm = 0,4 m
	$k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C²



30 pav.

Yra žinoma, kad tolygiai sferos paviršiuje pasiskirstęs krūvis už sferos sukuria tokį pat lauką, kokį sukurtų taškinis krūvis, esantis sferos centre. Sferos viduje elektrinio lauko stipris lygus nuliui, o potencialas lygus sferos paviršiaus potencialui.

Išorinės sferos krūvį rastume iš

$$\varphi_2 = \frac{k}{R_2}(q_1 - q_2);$$

Tad

$$q_2 = q_1 - \frac{\varphi_2 R_2}{k};$$

Apskaičiavę gauname:

$$q_2 = 3{,}5 \cdot 10^{-8} C.$$

Iš to, kas pasakyta, matyti, kad

$$E_A = 0; \qquad \varphi_A = k\left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2}\right);$$

Apskaičiavę gauname:

$$\varphi_A = -150\,V;$$

$$E_B = 0 + k\frac{q_1}{r_B^2} = k\frac{q_1}{r_B^2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$E_a = -4500\,V/m;$$

$$\varphi_B = k\left(\frac{q_2}{R_2} + \frac{q_1}{r_B^2}\right);$$

Apskaičiavę gauname:

$\varphi_B = 150\, V$;

$$E_C = k\left(\frac{q_1}{r_c^2} + \frac{q_2}{r_c^2}\right) = k\frac{q_1 + q_2}{r_c^2};$$

Apskaičiavę gauname:

$E_C = 844\, V/m$;

$$\varphi_C = k\frac{q_1 + q_2}{r_c};$$

Apskaičiavę gauname:

$\varphi_C = 337{,}5\, V$.

$\varphi_A = -150\, V$; $E_a = -4500\, V/m$; $\varphi_B = 150\, V$;

$E_C = 844\, V/m$; $\varphi_C = 337{,}5\, V$.

63. Du laidūs rutuliai yra toli vienas nuo kito. Rutulių spinduliai $R_1 = 8$ cm ir $R_2 =$ 20 cm, o jų krūviai $q_1 = 40_{n}C$, $q_2 = -20_{n}C$. Rutuliai sujungiami vielute. Apskaičiuokite: 1) nesujungtų ir sujungtų rutulių potencialus; 2) jų galinius krūvius.

φ_1	$R_1 = 8 \cdot 10^{-2}$ m
φ_2	$R_2 = 0{,}2$ m
φ_1	$q_1 = 40 \cdot 10^{-9}$ C
φ_2	$q_2 = -20 \cdot 10^{-9}$ C
q_1'	$k = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m^2/C^2
q_2'	

Kiekvieno rutulio potencialas apskaičiuojamas kaip taškinio krūvio potencialas:

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R_1};$$

Apskaičiavę gauname:

$$\varphi_1 = 4{,}5\,kV;$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{R_2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$\varphi_2 = -900\,V.$$

Rutulius sujungus vielute, krūviai iš vieno jų eina į kitą tol, kol rutulių potencialai suvienodėja, t. y. kol

$$\varphi' = \varphi_1' = \varphi_2' = \frac{q_1'}{C_1} = \frac{q_2'}{C_2};$$

Krūviai rutuliuose pasiskirsto proporcingai jų elektrinėms talpoms:

$$\frac{q_1'}{q_2'} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{R_1}{R_2};$$

Bendras krūvis nepakinta:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2';$$

Apskaičiuojame sujungtų rutulių krūvius:

$$q_1' = \frac{q_1 + q_2}{R_1 + R_2} R_1; \quad q_1' = 5{,}71\,nC; \quad q_2' = 14{,}29\,nC;$$

Įrašę krūvių vertes apskaičiuojame sujungtų rutulių (sistemos) potencialą:

$$\varphi' = k\frac{q_1 + q_2}{R_1 + R_2}; \quad \varphi' = 642{,}8\,V;$$

$$\varphi_1 = 4{,}5\,kV; \quad \varphi_2 = -900\,V; \quad q_1' = 5{,}71\,nC; \quad q_2' = 14{,}29\,nC; \quad \varphi' = 642{,}8\,V.$$

64. Potencialų skirtumas tarp C_1 = 3 μF elektrinės talpos kondensatoriaus plokščių lygus $\Delta\varphi_1$ = 300 V, o tarp C_2 = 2 μF talpos – $\Delta\varphi_2$ = 200 V. Apskaičiuokite lygiagrečiai sujungtų kondensatorių sistemos potencialų skirtumą ir krūvį, perėjusį iš vieno kondensatoriaus į kitą.

$\Delta\varphi$	$C_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ F
	$\Delta\varphi_1 = 300$ V
	$C_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ F
Δq	$\Delta\varphi_2 = 200$ V

Lygiagrečiai sujungtų kondensatorių sistemos (31 pav.) krūvis lygus krūvių sumai, t. y. $q = q_1 + q_2$, o potencialų skirtumai suvienodėja ir tampa lygūs

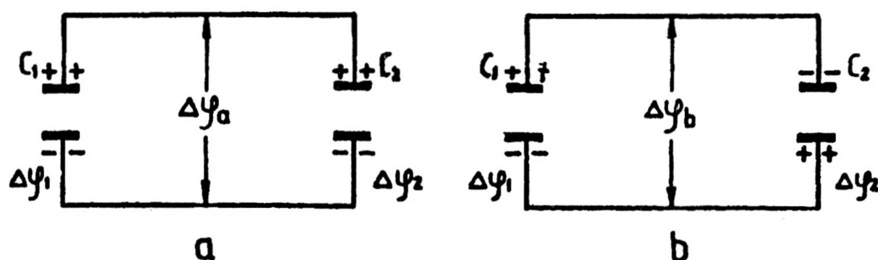
$$\Delta\varphi = \frac{q}{C};$$

Sujungus vienodų ženklų plokštes, sistemos potencialų skirtumas

$$\Delta\varphi_a = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1\Delta\varphi_1 + C_2\Delta\varphi_2}{C_1 + C_2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$\Delta\varphi_a = 260\,V;$$



31 pav.

Sujungus priešingų ženklų plokštes, sistemos potencialų skirtumas

$$\Delta\varphi_b = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1\Delta\varphi_1 - C_2\Delta\varphi_2}{C_1 + C_2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$\Delta\varphi_b = 100\,V;$$

Iš vieno kondensatoriaus į kitą perėjęs krūvis lygus bet kurio kondensatoriaus krūvių – pradinio ir galinio – skirtumui, pavyzdžiui,

$$\Delta q = q_1 - q_1' = C_1 \Delta\varphi_1 - C_1 \Delta\varphi ;$$

Iš čia:

$$\Delta q_a = C_1(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_a);$$

Apskaičiavę gauname:

$$\Delta q_a = +120\,\mu C ;$$

$$\Delta q_b = C_1(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_b);$$

Apskaičiavę gauname:

$$\Delta q_b = 600\,\mu C .$$

Vadinasi, pirmojo kondensatoriaus krūvis abiem sujungimo atvejais sumažėja, o antrojo – tokiu pat dydžiu padidėja.

65. Kondensatorius įkraunamas iki potencialų skirtumo $\Delta\varphi_1$ = 500 V ir atjungiamas nuo kroviklio. Kiek kartų pakinta potencialų skirtumas, iš kondensatoriaus išėmus žėručio plokštę? Kam lygus $\Delta\varphi_2$?

$\frac{\Delta q_2}{\Delta q_1}$	$\Delta\varphi_1$ = 500 V
	ε_1= 6
$\Delta\varphi_2$	ε_2= 1

Atjungto nuo kroviklio kondensatoriaus plokščių krūvis nekinta ($q = const$) ir $q_1 = q_2$, arba $C_1\Delta\varphi_1 = C_2\Delta\varphi_2$. Iš čia gauname, kad

$$\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1} = 6; \quad \Delta\varphi_2 = 3 \cdot 10^3 V;$$

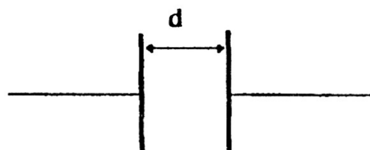
$$\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1} = 6; \quad \Delta\varphi_2 = 3{,}0\, kV.$$

66. Tarp plokščiojo kondensatoriaus plokščių yra $d = 4$ mm oro tarpas. Kiek kartų pakis kondensatoriaus talpa, prie vienos plokštelės priglaudus $d_1 = 3$ mm storio žėručio plokštelę ($\varepsilon = 6$)?

$\frac{C_1}{C_0}$	$d = 4$ mm $= 4 \cdot 10^{-3}$ m
	$d_1 = 3$ mm $= 3 \cdot 10^{-3}$ m
	$\varepsilon = 6$

Kol tarp kondensatoriaus plokštelių yra tik oras (32 pav.), jo talpa

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d};$$



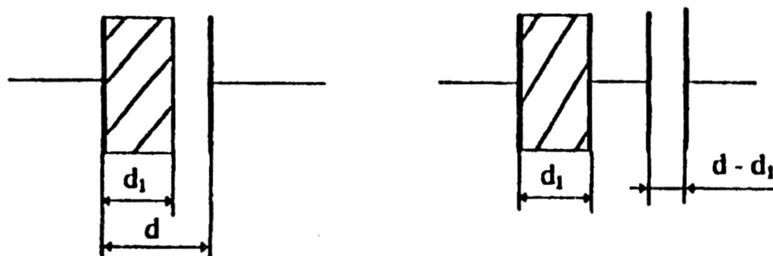
32 pav.

Įdėję žėručio plokštelę (33 pav.) gauname sistemą, sudarytą tarsi iš dviejų nuosekliai sujungtų kondensatorių.

Tada $\dfrac{1}{C_1} = \dfrac{1}{C'} + \dfrac{1}{C''}$;

Arba $C_1 = \dfrac{C'C''}{C' + C''}$;

$C' = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}$; $\qquad C'' = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - d_1}$;



33 pav.

Tada $C_1 = \dfrac{\dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1} \dfrac{\varepsilon_0 S}{(d - d_1)}}{\dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1} + \dfrac{\varepsilon_0 S}{(d - d_1)}} = \dfrac{\varepsilon\, \varepsilon S}{\varepsilon d + d_1(1 - \varepsilon)}$;

Tada santykis $\dfrac{C_1}{C_0} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{d_1}{d}\left(\dfrac{1}{\varepsilon} - 1\right)}$ arba $\dfrac{C_1}{C_0} = \dfrac{\varepsilon d}{\varepsilon d + d_1(1 - \varepsilon)}$;

Apskaičiavę gauname:

$\dfrac{C_1}{C_0} = 2{,}67$.

67. Žėručio plokštė užpildo plokščiąjį kondensatorių, kurio elektrinė talpa C = 14 μF, o krūvis q = 2 μC. Kokį darbą reikia atlikti išimant plokštę? Kondensatorius prijungtas prie kroviklio.

A	$\varepsilon = 6$
	$C_1 = 14 \cdot 10^{-6}$ F
	$q = 2 \cdot 10^{-6}$ C

Atliktas darbas lygus kondensatoriaus energijos pokyčiui:

$A = W_2 - W_1$;

čia W_1 – kondensatoriaus su žėručio plokšte energija; W_2 – kondensatoriaus be plokštės energija.

Kadangi kondensatorius prijungtas prie kroviklio, tai jo potencialų skirtumas nekinta: $\Delta\varphi = const$, t. y. $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$. Todėl patogu naudoti tą energijos lygtį, į kurią įeina $\Delta\varphi$, t. y. $W = \dfrac{C(\Delta\varphi)^2}{2}$.

Tada darbas

$$A = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2}(C_2 - C_1) = \frac{q^2}{2C_1}(1-\varepsilon);$$

Apskaičiavę gauname:

$$A = -0{,}71 \cdot 10^{-6}\ J;$$

$$A = -0{,}71 \mu J.$$

68. $C_1 = 10$ μF talpos laidininko potencialas $\varphi_1 = 10$ kV, o $C_2 = 20$ μF talpos laidininko potencialas $\varphi_2 = 15$ kV. Koks šilumos kiekis išsiskiria tuos laidininkus sujungiant?

Q	$C_1 = 10 \cdot 10^{-6}$ F
	$\varphi_1 = 10 \cdot 10^3$ V
	$C_2 = 20 \cdot 10^{-6}$ F
	$\varphi_2 = 15 \cdot 10^3$ V

Išsiskyręs šilumos kiekis lygus laidininkų sistemos energijų pokyčiui.

$Q = W_{prad} - W_{gal}$;

Pradinė laidininkų energija lygi laidininkų energijų sumai:

$$W_{prad} = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} + \frac{C_2\varphi_2^2}{2};$$

Galinė laidininkų energija – tai lygiagrečiai sujungtų laidininkų energija:

$$W_{gal} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{C_1 - C_2}{2}\left(\frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}\right)^2;$$

$$Q = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} + \frac{C_2\varphi_2^2}{2} - \frac{1}{2}\frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{C_1C_2(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{C_1 + C_2};$$

Apskaičiavę gauname:

$Q = 83{,}3\ J$.

69. Kokį darbą reikia atlikti, perkeliant taškinį krūvį q_0 iš taško B į tašką C (34 pav.)?

A_{BC}	$q_1 = +2q$ $q_2 = -q$ $r = l$; q_0

Elektrostatinių jėgų darbas lygus:

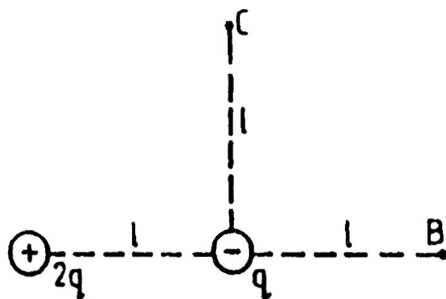
$A_{BC} = q_0(\varphi_B - \varphi_C)$;

Taigi reikia apskaičiuoti pradinio taško B ir taško C potencialus, kurie lygūs atskirų krūvių sukurtų laukų potencialų algebrinei sumai:

$$\varphi_B = \varphi_{1B} + \varphi_{2B} = k\frac{2q}{2l} - k\frac{q}{l} = 0; \quad \varphi_C = \varphi_{1C} + \varphi_{2C} = k\frac{2q}{l\sqrt{2}} - k\frac{q}{l};$$

$$\varphi_C = 0{,}41\frac{kq}{l};$$

$$A_{BC} = -0{,}41\frac{kqq_0}{l}.$$



34 pav.

70. Įelektrinta dalelė, kurios masė $m = 2 \cdot 10^{-11}$ kg, vienalyčiame elektrostatiniame lauke nejuda. Atstumas tarp lauką kuriančių plokščių d = 5 cm, potencialų skirtumas $\varphi_1 = 5$ kV. Kam lygus dalelės krūvis?

q	$m = 2 \cdot 10^{-11}$ kg $\Delta\varphi_1 = 5 \cdot 10^3$ V $d = 5 \cdot 10^{-2}$ m

Nejudančią dalelę veikiančios jėgos kompensuojasi:

$$m\vec{g} + \vec{F}_E = 0; \qquad mg = qE = q\frac{\Delta\varphi_1}{d};$$

Dalelės krūvis $q = \dfrac{mgd}{\Delta\varphi_1}$;

Apskaičiavę gauname:

$$q = 1{,}96 \cdot 10^{-15}\,C.$$

71. Du vienodu krūviu q įelektrinti rutuliukai yra vienas virš kito. Atstumas tarp jų H. Apatinis rutuliukas įtvirtintas, o viršutiniam m masės rutuliukui suteikiamas v greitis žemyn. Kokiu atstumu jis priartės prie apatinio rutuliuko?

h	q, H, m, v

I būdas

Sistema konservatyvi, nes laisvąjį rutuliuką veikia konservatyvios jėgos – sunkio ir elektrostatinė. Sistemai galima taikyti energijos tvermės dėsnį, t. y. rutuliuko pradinių energijų – kinetinės ir potencinės – suma turi būti lygi jo galinių energijų sumai:

$$W_{k1} + W_{p1} = W_{k2} + W_{p2};$$

Rutuliuko pradinė kinetinė energija $W_{k1'} = \dfrac{mv^2}{2}$;

Jo gravitacinės ir elektrostatinės sąveikų potencinė energija

$$W_{p1} = mgH + k\frac{q^2}{H};$$

Rutuliuko galinė kinetinė energija $W_{k2} = 0$;

Jo galinė potencinė energija $W_{p2} = mgH + k\dfrac{q^2}{h}$;

II būdas

Elektrostatinių stūmos jėgų darbas lygus rutuliuko mechaninės energijos pokyčiui, t. y.

$$mgh - \left(\frac{mv^2}{2} + mgH\right) = q(\varphi_1 - \varphi_2); \qquad \varphi_1 = k\frac{q}{H}; \qquad \varphi_2 = k\frac{q}{h};$$

Gaunama tokia kvadratinė lygtis:

$$h^2 - \left(\frac{v^2}{2g} + \frac{kq^2}{mgH} + H\right)h + \frac{kq^2}{mg} = 0;$$

Jos sprendinys

$$h_1 = \frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}; \qquad a = \frac{v^2}{2g} + \frac{kq^2}{mgH} + H; \qquad b = \frac{kq^2}{mg};$$

Jis lygus atstumui, kuriuo priartės rutuliukas. Jei jis įgautų tokio pat dydžio greitį aukštyn, tai po to jis priartėtų atstumu

$$h_2 = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}.$$

72. Kondensatoriaus plokštelės tolinamos: a) kondensatoriaus neatjungus nuo energijos šaltinio; b) atjungus nuo šaltinio. Kaip kinta kondensatoriaus krūvis, įtampa ir energija abiem atvejais?

a) Šiuo atveju U = const.

Kondensatoriaus talpa pradinėje būsenoje

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d};$$

Atitolinus plokšteles

$$C_1 = \frac{q_1}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1};$$

Iš čia

$$\frac{q_1}{q} = \frac{d}{d_1};$$

Tolinant plokšteles, kondensatoriaus krūvis mažėja (dalis krūvio pereina į šaltinį), o įtampa lieka pastovi.

Kondensatoriaus energija

$$W_p = \frac{CU^2}{2}; \qquad W_p^1 = \frac{C_1 U^2}{2};$$

Iš čia

$$\frac{W_p^1}{W_p} = \frac{d}{d_1};$$

Tad tolinant plokšteles kondensatoriaus energija mažėja.

b) Atjungus kondensatorių nuo šaltinio, nekinta krūvis (q = const).

Vėl $C = \frac{q}{U}$;

Ir $C_1 = \frac{q}{U_1}$;

Iš čia $\frac{U_1}{U} = \frac{d_1}{d}$;

Tad tolinant plokšteles įtampa didėja.
Energija

$W_p = \frac{CU_2}{2}$ ir $W_p^{/} = \frac{CU_1^2}{2}$

arba $\frac{W_p^{/}}{W_p} = \frac{d_1}{d}$;

Tolinant plokšteles, kondensatoriaus energija didėja atliekamo darbo sąskaita.

73. Plieninio l = 10 m ilgio laido galų įtampa U = 6 V. Laisvųjų elektronų koncentracija $n_0 = 4 \cdot 10^{28}$ m^{-3}. Apskaičiuokite elektronų dreifo greitį.

v	l = 10 m U = 6 V $n_0 = 4 \cdot 10^{28}$ m^{-3}

Laisvųjų elektronų dreifo greitis:

$$v = \frac{I}{en_0 S};$$

S – laidininko skerspjūvio plotas.

Kadangi $I = \frac{U}{R}$, o $R = \varrho \frac{l}{S}$, tai greitis

$$v = \frac{U}{\varrho e n_0 l};$$

Apskaičiavę gauname:

$$v \approx 7{,}8 \cdot 10^{-4} m/s.$$

74. Ilgą laidą skersai perpjovė pusiau ir suglaudė abi puses išilgai. Kiek kartų pakito varža?

$\frac{R_2}{R_1}$	$L_1 = 2L_2$ $2S_1 = S_2$

Neperpjauto laido varža: $R_1 = \varrho \frac{l_1}{S_1}$;

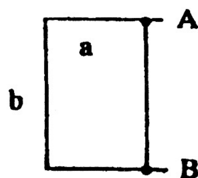
Perpjauto laido varža: $R_2 = \varrho \frac{l_2}{S_2}$;

Iš šių lygčių gauname: $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{4}$;

Varža sumažėjo 4 kartus.

75. Raskite varžą tarp stačiakampio kontūro, pagaminto iš nichrominės 1 mm^2 skerspjūvio ploto vielos, taškų A ir B (35 pav.), jei kontūro kraštinių ilgiai a = 1 m, b = 2 m.

	$S = 1\ mm^2 = 1 \cdot 10^{-6}\ m^2$
	$a = 1\ m$
	$b = 2\ m$
R	$\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot m$



35 pav.

Tarp taškų A ir B lygiagrečiai sujungti laidininkai, kurių varžos

$$R_1 = \varrho \frac{b}{S} \quad \text{ir} \quad R_2 = \varrho \frac{2a + b}{S};$$

Bendra varža

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

Iš čia

$$R = \frac{\varrho b(2a + b)}{2S(a + b)};$$

Apskaičiavę gauname:

$$R \approx 1,5\ \Omega.$$

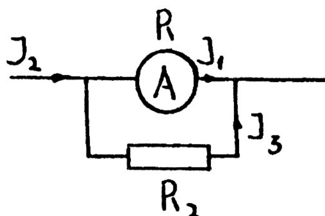
76. Ampermetro skalės riba lygi 5 A, jo varža – 0,1 Ω. Ką reikia padaryti, kad šis prietaisas galėtų matuoti srovės stiprį iki 50 A?

R_2	$R = 0{,}1\ \Omega$ $I_1 = 5\ A$ $I_2 = 50\ A$

Reikia lygiagrečiai prijungti varžą, kuria tekėtų I_3 stiprio srovė (36 pav.).

$I_2 = I_1 + I_3;$

$I_3 = I_2 - I_1;$



36 pav.

Kadangi lygiagrečiai sujungtos grandinės dalyse įtampos kritimas yra vienodas, tai

$I_1R = I_3R_2\ ;$

ir prijungta varža

$$R_2 = \frac{I_1R}{I_2 - I_1};$$

$$R_2 = 0{,}011\,\Omega.$$

77. Prie ampermetro, galinčio matuoti srovės stiprį iki I = 2 A, prijungus $r_š = 0{,}5$ Ω šuntą, jo padalos vertė išaugo 10 kartų. Kokią papildomą varžą reikia prijungti prie šio ampermetro, kad jį būtų galima naudoti kaip voltmetrą įtampai iki U = 220 V matuoti? (žr. į 36 pav., čia $r_š = R_2$, $r_A = R$)

r_p	I = 2 A $r_š = 0{,}5$ Ω n = 10 U = 220 V

Šunto įjungimas sumažina srovę per ampermetrą n = 10 kartų.

$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3;\ I_2 = nI_1;\ I_1 = \dfrac{U}{r_a};\ I_3 = \dfrac{U}{r_š}; \\ nI_1 = I_1 + I_3; \\ (n-1)I_1 = I_3; \\ (n-1)\dfrac{U}{r_a} = \dfrac{U}{r_š}; \end{cases}$$

$$r_š = \frac{r_A}{n-1};$$

Arba ampermetro vidinė varža

$r_A = r_š(n - 1)$;

Tada įtampos kritimas prietaise, kai juo teka nominali srovė,

$U_v = I\,r_v$;

Norint praplėsti prietaiso matavimo ribas iki įtampos U, nuosekliai prietaisui reikia jungti priešvaržę, kurios dydis randamas

$$\begin{cases} U = U_v + U_p;\ U_p = U - U_v; \\ U_p = Ir_p;\ \dfrac{U_p}{U_v} = \dfrac{Ir_p}{Ir_a}; \\ \dfrac{U - U_v}{U_v} = \dfrac{Ir_p}{Ir_a}; \end{cases}$$

$$r_p = r_A\left(\frac{U}{U_v} - 1\right);$$

Apskaičiavę gauname:

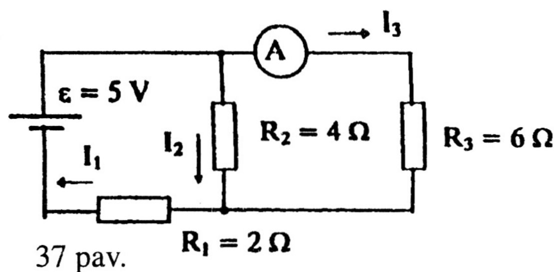
$r_A = 4{,}5$ A;

$U_v = 9$ V;

$r_p \approx 105{,}5\ \Omega$.

78. Ką rodys ampermetras (37 pav.)? Kaip pasikeis jo rodmenys, evj šaltinį ir ampermetrą sukeitus vietomis? Evj šaltinio ir ampermetro vidinių varžų nepaisyti.

I_3	$\varepsilon = 5$ V $R_1 = 2\ \Omega$ $R_2 = 4\ \Omega$ $R_3 = 6\ \Omega$



37 pav.

Bendra grandinės varža bus

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3};$$

Srovė per R_1 bus

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}};$$

Ši srovė skaidosi į dvi sroves

$I_1 = I_2 + I_3$,

atvirkščiai proporcingas rezistorių R_2 ir R_3 didumui, arba pagal sąlygą

$I_2R_2 = I_3R_3$;

Iš čia $I_2 = I_3 \frac{R_3}{R_2}$;

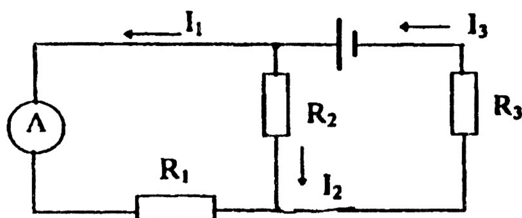
Tada $I_1 = I_3 \frac{R_3}{R_2} + I_3 = I_3\left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)$;

Arba $I_3 = \dfrac{I_1}{\frac{R_3}{R_2} + 1} = \dfrac{\dfrac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}}{\frac{R_3}{R_2} + 1}$;

Apskaičiavę gauname:

$I_3 = 0{,}45A$.

Sukeitus A ir evj šaltinį (38 pav.), rašome II Kirkchhofo taisyklę:



38 pav.

$$\begin{cases} \varepsilon = I_3R_3 + I_2R_2; \\ \varepsilon = I_3R_3 + I_1R_1; \\ I_1 = I_3 - I_1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = (R_2 + R_3) + I_3 - I_1R_2; \\ \varepsilon = R_3I_3 + I_1R_1; \end{cases}$$

Iš čia $I_3 = \frac{\varepsilon + I_1R_2}{R_2 + R_3} = \frac{\varepsilon - I_1R_1}{R_3}$;

arba

$\varepsilon R_3 + I_1 R_2 R_3 = \varepsilon R_2 + \varepsilon R_3 - I_1 R_1 R_2 - I_1 R_1 R_3$;

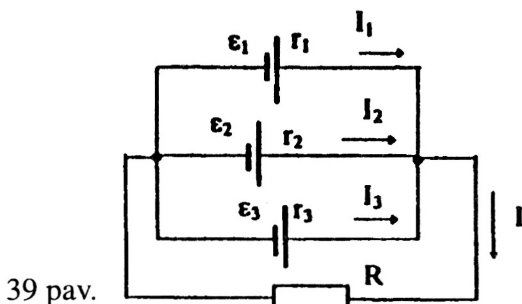
Iš čia $I_1 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$;

Per ampermetrą tekanti srovė nesikeičia.

$I_3 = 0{,}45$ A.

79. Trys šaltiniai, kurių $\varepsilon_1 = 1{,}2$ V, $\varepsilon_2 = 1{,}1$ V ir $\varepsilon_3 = 1{,}3$ V ir $r_1 = 0{,}1\ \Omega$, $r_2 = 0{,}2\ \Omega$ ir $r_3 = 0{,}3\ \Omega$, sujungti lygiagrečiai vienvardžiais poliais ir maitina apkrovą $R = 2\ \Omega$. (39 pav.) Raskite per šaltinius ir apkrovą tekančių srovių stiprius.

I_1	$\varepsilon_1 = 1{,}2$ V
I_2	$\varepsilon_2 = 1{,}1$ V
I_3	$\varepsilon_3 = 1{,}3$ V
I	$r_1 = 0{,}1\ \Omega$
	$r_2 = 0{,}2\ \Omega$
	$r_3 = 0{,}3\ \Omega$
	$R = 2\ \Omega$



39 pav.

Pasirenkame srovių I_1, I_2, I_3 ir I kryptis. Pagal I Kirchhofo taisyklę

$$I_1 + I_2 + I_3 = I;$$

Toliau pasirenkame kontūrus, jų apėjimo kryptis (pvz., pagal laikrodžio rodyklę) ir rašome lygtis pagal II Kirchhofo taisyklę:

$$\varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R;$$

$$\varepsilon_2 = I_2 r_2 + I R;$$

$$\varepsilon_3 = I_3 r_3 + I R;$$

Iš šių lygčių

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 - IR}{r_1};$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - IR}{r_2};$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_3 - IR}{r_3};$$

Tada $$I = \frac{\varepsilon_1 - IR}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - IR}{r_2} + \frac{\varepsilon_3 - IR}{r_3};$$

Arba $$I = \frac{\varepsilon_1 r_2 r_3 + \varepsilon_2 r_1 r_3 + \varepsilon_3 r_1 r_2}{R(r_2 r_3 + r_1 r_3 + r_1 r_2) + r_1 r_2 r_3};$$

Apskaičiavę gauname:

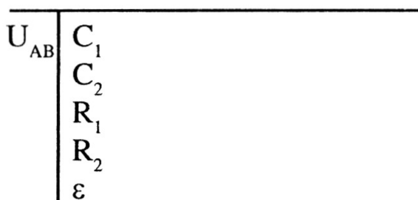
I = 0,58 A.

I_1 = 0,4 A.

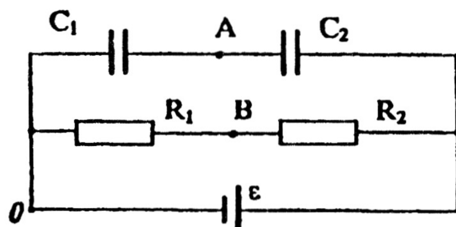
I_2 = –0,3 A – srovės kryptis atvirkščia pasirinktajai.

I_3 = 0,5 A.

80. Rasti (40 pav.) schemos taškų A ir B potencialų skirtumą. Šaltinio evj ε, jo vidinės varžos nepaisyti. Talpos C_1 ir C_2 bei varžos R_1 ir R_2 žinomos.



U_{AB}	C_1
	C_2
	R_1
	R_2
	ε



40 pav.

Tegu taško O potencialas yra nulinis, tada

$$\varphi_A = \varepsilon \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

ir

$$\varphi_B = \varepsilon \frac{R_1}{R_1 + R_2};$$

$U_1 + U_2 = \varepsilon$

ir

$C_1 U_1 = C_2 U_2;$

Iš čia

$$U_1 = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{C_1}{C_2}} = \frac{\varepsilon \cdot C_2}{C_2 + C_1}.$$

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \varepsilon \frac{C_2 R_2 - C_1 R_1}{(C_1 + C_2)(R_1 + R_2)}.$$

81. Du vienodus akumuliatorius sujungė lygiagrečiai, paskui – nuosekliai. Abiem atvejais išorinėje grandinės dalyje buvo 100 W galia. Kokia galia būtų toje pačioje grandinės dalyje įjungus tik vieną akumuliatorių?

P_1	$P = 100$ W

Pagal sąlygą lygiagrečiai sujungus akumuliatorius

$$\left(\frac{E}{R + \frac{r}{2}} \right)^2 R = 100;$$

Juos sujungus nuosekliai

$$\left(\frac{2E}{R+2r}\right)^2 R = 100\,;$$

Iš čia gauname, kad r = R, $E^2/R = 225$;

Tad ieškomoji galia

$$P_1 = \left(\frac{E}{R+r}\right)^2 R = \left(\frac{E}{R+R}\right)^2 R = \frac{E^2}{4R}\,;$$

Apskaičiavę gauname:

$P_1 = 225/4 = 56$ W;

$P_1 = 56$ W.

82. Elemento gnybtai sujungti laidu, kurio varža $R_1 = 9\ \Omega$, toliau – kitu $R_2 = 16\ \Omega$ varžos laidu. Abiem atvejais per tą patį laiką išskiriamas vienodas šilumos kiekis. Raskite elemento vidinę varžą.

	$R_1 = 9\ \Omega$
r	$R_2 = 16\ \Omega$

Pagal uždavinio sąlygą

$Q_1 = Q_2$;

$$I_1^2 R_1 t = I_2^2 R_2 t\,;$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\,;$$

Kita vertus,

$E = I_1 (r + R_1)$; $\qquad$ $I_1 (r + R_1) = I_2 (r + R_2)$;

ir

$E = I_2 (r + R_2)$;

Iš čia

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r + R_2}{r + R_1};$$

$$\frac{r + R_2}{r + R_1} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}};$$

Iš čia gauname, kad

$$r = \frac{R_1\sqrt{R_2} - R_2\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}} = \sqrt{R_1 R_2};$$

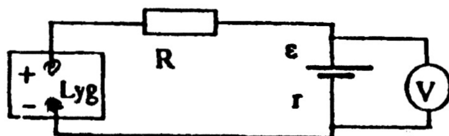
Apskaičiavę gauname:

$r = 12\ \Omega$.

83. $\varepsilon = 6$ V elektrovaros jėgos ir $r = 1{,}5\ \Omega$ vidinės varžos akumuliatorių baterija prijungta prie lygintuvo įkrauti (41 pav.). Lygintuvo įtampa $U = 10$ V. Jungiamųjų laidų varža $R = 0{,}5\ \Omega$. Koks įkrovos srovės stipris? Kokią įtampą, kraunant akumuliatorių, rodys voltmetras, prijungtas prie baterijos gnybtų?

	$\varepsilon = 6$ V
	$r = 1{,}5\ \Omega$
I	$U = 10$ V
U_1	$R = 0{,}5\ \Omega$

41 pav.



Įkraunant akumuliatorių, jo teigiamasis gnybtas jungiamas su lygintuvo teigiamuoju gnybtu. Tad pagal II Kirchhofo taisyklę

$I R + I r = U - E;$

Įkrovimo srovė

$$I = \frac{U - E}{R + r};$$

Baterija dirba imtuvo režimu, t. y. jos viduje srovė teka nuo teigiamojo gnybto link neigiamojo, todėl įtampa

$U_1 = E + Ir;$

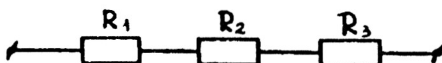
Apskaičiavę gauname:

$I = 2$ A, $U_1 = 9$ V.

84. Trijų rezistorių varžos yra: $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$. Kaip reikia sujungti šiuos rezistorius, kad gautume didžiausios galios šildytuvą, jeigu kiekviename rezistoriuje galia neturi viršyti 3 W? Kokia ši galia?

	$R_1 = 1\ \Omega$
	$R_2 = 3\ \Omega$
P_{max}	$R_3 = 4\ \Omega$
	$P_0 = 3$ W

Sujungus visus rezistorius nuosekliai (42 pav.):



42 pav.

Galia tokioje grandinėje:

$$P_{max\,1} = I_1^2(R_1 + R_2 + R_3);$$

Srovę riboja galia rezistoriuje R_3 (ji negali viršyti P_0).

Todėl

$$P_0 = I_1^2 R_3;$$

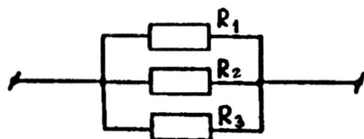
$$I_1 = \sqrt{\frac{P_0}{R_3}};$$

$$P_{max\,1} = \frac{P_0(R_1 + R_2 + R_3)}{R_3};$$

Apskaičiavę gauname:

$$P_{max\,1} = 6\,W;$$

Sujungus rezistorius lygiagrečiai (43 pav.):



43 pav.

Galia tokioje grandinėje:

$$P_{max\,2} = \frac{U^2}{R};$$

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3};$$

Įtampą riboja galia rezistoriuje R_1.

Todėl $P_0 = \frac{U^2}{R_1}$;

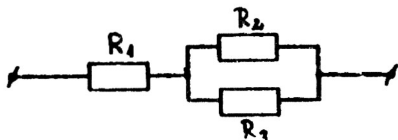
$$U = \sqrt{P_0 R_1};$$

$$P_{\max 2} = \frac{P_0 (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)}{R_2 R_3};$$

Apskaičiavę gauname:

$$P_{\max 2} = 4{,}75\,W;$$

Sujungus rezistorius mišriai (44 pav.):



44 pav.

Galia tokioje grandinėje:

$$P_{\max 3} = I_1^2 R_0;$$

$$R_0 = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3};$$

Srovę riboja galia rezistoriuje R_1:

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_0}{R_1}};$$

Apskaičiavę gauname:

$I_1 = 1,73$ A;

Patikriname, ar nebus viršyta galia P_0 rezistoriuose R_2 ir R_3, jeigu tekės srovė $I_1 = 1,73$ A:

$$U_{AB} = I_1 R_{AB} = I_1 \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3};$$

$$P_2 = \frac{U_{AB}^2}{R_2} = \frac{I_1^2 R_2^2 R_3^2}{(R_2 + R_3)^2 R_2};$$

Apskaičiavę gauname:

$$P_2 = 2{,}94\,W < P_0;$$

$$P_3 = \frac{U_{AB}^2}{R_3} = \frac{I_1^2 R_2^2 R_3^2}{(R_2 + R_3)^2 R_3};$$

Apskaičiavę gauname:

$$P_3 = 2{,}91\,W < P_0;$$

Matome, kad, tekant srovei I_1, galia P_0 rezistoriuose R_2 ir R_3 nebus viršyta.

$$P_{\max 3} = \frac{P_0}{R_1}\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right);$$

$$P_{\max 3} = 8{,}1\,W;$$

Analogiškai samprotaujant, galima įrodyti, kad, rezistorius R_1 ir R_2 arba R_1 ir R_3 sukeitus vietomis, galia grandinėje sumažės.

Vadinasi, didžiausia galia grandinėje bus tada, kai rezistoriai bus sujungti, kaip parodyta (44 pav.).

P_{max3}= 8,1 W.

85. t_1 = 20°C temperatūroje lemputės varža R = 38 Ω. Apskaičiuokite lemputės siūlelio temperatūrą, kai juo teka I = 0,33 A srovė, kurios įtampa U = 120 V. Terminis lemputės varžos koeficientas $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}.

T_2	t_1 = 20C; T_1 = 293 K
	R = 38 Ω
	I = 0,33 A
	U = 120 V
	$\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}

Varžos priklausomybė nuo temperatūros išreiškiama formule:

$$R_1 = R(1 + \alpha \Delta T);$$

$$\Delta T = T_2 - T_1;$$

Pagal Omo dėsnį įkaitusios lemputės varža

$$R_1 = \frac{U}{I};$$

$$\frac{U}{I} = R + R\alpha T_2 - R\alpha T_1;$$

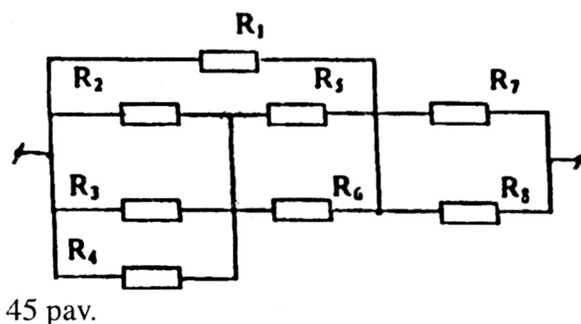
$$T_2 = \frac{R(\alpha T_1 - 1) + \frac{U}{I}}{\alpha R};$$

Apskaičiavę gauname:

$$T_2 = 2156\,K.$$

86. Nustatykite grandinės varžą, jei $R_1 = 8\,\Omega$, $R_2 = 5\,\Omega$, $R_3 = 4\,\Omega$, $R_4 = 4\,\Omega$, $R_5 = 5\,\Omega$, $R_6 = 4\,\Omega$, $R_7 = 2\,\Omega$, $R_8 = 2\,\Omega$ (45 pav.).

R	$R_1 = 8\,\Omega$
	$R_2 = 5\,\Omega$
	$R_3 = 4\,\Omega$
	$R_4 = 4\,\Omega$
	$R_5 = 5\,\Omega$
	$R_6 = 4\,\Omega$
	$R_7 = 2\,\Omega$
	$R_8 = 2\,\Omega$



45 pav.

Rezistoriai R_2, R_3, R_4 sujungti lygiagrečiai.

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4};$$

$$R' = \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R_4}{R_3 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_3};$$

Apskaičiavę gauname:

$$R' = 1{,}43\,\Omega.$$

Taip pat lygiagrečiai sujungti rezistoriai R_2 ir R_6

$$\frac{1}{R^{II}}=\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6};$$

$$R^{II}=\frac{R_5\cdot R_6}{R_5+R_6};$$

Apskaičiavę gauname:

$$R^{II}=2{,}22\ \Omega;$$

Rezistorių sistemos R^{I} ir R^{II} tarpusavyje sujungtos nuosekliai

$R^{III} = R^{I} + R^{II}$;

Apskaičiavę gauname: $R^{III} = 3{,}65\ \Omega$;

R_1 ir R^{III} sujungti lygiagrečiai

$$\frac{1}{R^{IV}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R^{III}};$$

$$R^{IV}=\frac{R_1\cdot R^{III}}{R_1+R^{III}};$$

Apskaičiavę gauname:

$$R^{IV}=2{,}51\,\Omega;$$

Rezistoriai R_7 ir R_8 sujungti lygiagrečiai

$$R^v = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8};$$

Apskaičiavę gauname:

$$R^v = 1\,\Omega;$$

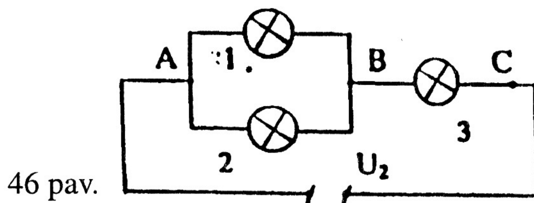
Bendra grandinės varža

$R = R^{IV} + R^{V}$;

Apskaičiavę gauname: R = 3,51 W.

87. Trys kaitinamosios lempos, kurių galia $P_1 = 25$ W, $P_2 = 25$ W, $P_3 = 50$ W, apskaičiuotos $U_1 = 110$ V įtampai. Kaip jas reikia sujungti, kad normaliai šviestų, įjungtos į $U_2 = 220$ V įtampos tinklą? Kokios srovės tekės tada lemputėmis?

	$P_1 = 25$ W
I_1	$P_2 = 25$ W
I_2	$P_3 = 50$ W
I_3	$U_1 = 110$ V
	$U_2 = 220$ V



46 pav.

Kad lemputės šviestų normaliai, jas reikia sujungti taip, kaip parodyta 46 pav.

Per pirmąją ir antrąją lemputę srovės tekės tokios pat.

$$I_1 = I_2 = \frac{P_1}{U_1};$$

nes įtampa tarp taškų (AB) $U_1 = 110$ V.
Įtampa tarp taškų (BC) lygi: $U_{BC} = U - U_1$;

$$I_3 = \frac{P_3}{U - U_1};$$

Apskaičiavę gauname:

$$I_3 = 0{,}45\ A.$$

88. R = 5 Ω apkrova prijungta prie lygiagrečiai sujungtų evj šaltinių, kurių $\varepsilon_1 = 11\ V$ ir $\varepsilon_2 = 6\ V$, o r_1 = 0,5 Ω ir r_2 = 1 Ω. Apskaičiuokite apkrova tekančios srovės stiprį, kai elementai sujungti priešingų ženklų poliais.

I	$\varepsilon_2 = 6\ V$ r_2 = 1 Ω $\varepsilon_1 = 11\ V$ r_1 = 0,5 Ω R = 5 Ω I – ?

Tada į mazgą A įtekančios srovės stipris lygus iš jo ištekančių srovių stiprių sumai:

$$I_1 = I + I_2;$$

Srovių stiprius I_1 ir I_2 rasime iš įtampos kritimo grandinės dalyse lygčių:

$$IR = \varepsilon_1 - I_1 r_1$$

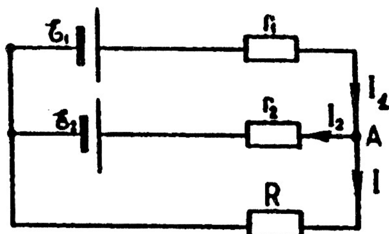
ir

$$-IR = \varepsilon_2 - I_2 r_2;$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 - IR}{r_1} \quad \text{ir} \quad I_2 = \frac{\varepsilon_2 + IR}{r_2};$$

$$\frac{\varepsilon_1 + IR}{r_1} = I + \frac{\varepsilon_2 + IR}{r_2};$$

$$\varepsilon_1 r_2 - IR \cdot r_2 = I r_1 r_2 + \varepsilon r_1 + IR r_1$$



47 pav.

Iš čia randame apkrova tekančios elektros srovės stiprį:

$$I = \frac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{R r_1 + r_1 r_2 + R r_2};$$

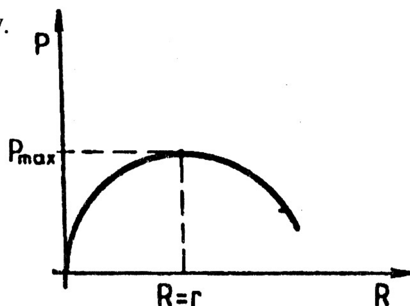
Apskaičiavę gauname:

I = 1 A.

89. Kai apkrova teka I_0= 3 A stiprio elektros srovė, jos maksimali galia P_{max}= 9 W. Apskaičiuokite evj šaltinio ε ir r.

ε r	I_0 = 3 A P_{max} = 9 W

48 pav.



Elektros srovės naudingoji galia

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon_2}{(R+r)^2} R;$$

Jos priklausomybė nuo apkrovos varžos parodyta 48 pav. Iš grafiko aišku, kad P = P_{max}, kai R = r.

Tada iš galios lygties randame šaltinio vidinę varžą:

$$r = \frac{P_{max}}{I_0^2};$$

Apskaičiavę gauname: $r = 1\,\Omega$.

Dabar galime rasti ir šaltinio evj:

$$\varepsilon = I_0 2r;$$

Apskaičiavę gauname: $\varepsilon = 6\,V$.

90. I = 50 A stiprio elektros srovė teka l_0 = 10 cm ilgio ir D = 2 mm skersmens geležiniu strypeliu – jautriu termorelės elementu. Termorelė pradeda veikti, strypeliui pailgėjus dydžiu Δl = 0,15 mm. Raskite termorelės reakcijos laiką. Šilumokaita nevyksta.

τ	I = 50 A l_0 = 0,1 m D = 2 mm = $2 \cdot 10^{-3}$ m Δl = 0,15 mm = $0{,}15 \cdot 10^{-3}$ m

Strypeliu tekančios elektros srovės darbas lygus vidinės energijos pokyčiui, t. y.

$$I^2 R\tau = cm\Delta t;$$

τ – laikas, per kurį laidininko temperatūra pakyla dydžiu Δt,
c – strypelio savitoji šiluma.
Laidininko varža

$$R = \varrho \frac{l}{S};$$

jo masė m = dSl; $S = \frac{\pi D^2}{4}$;

d – strypelio medžiagos tankis.
Įrašę šias išraiškas, gauname:

$$I^2 \varrho \frac{l}{S} \tau = cdSl\Delta t;$$

$$I^2 \varrho \frac{4\tau}{\pi D^2} = cd \frac{\pi D^2}{4} \Delta t;$$

$$\frac{4I^2 \varrho \tau}{\pi D^2} = \frac{\pi D^2 cd}{4} \Delta t;$$

Strypelio temperatūros pokytį randame iš jo ilgėjimo lygties:

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t); \qquad \Delta t = \frac{\Delta l}{\alpha l_0};$$

α – ilgėjimo koeficientas.
Iš lygties randame ieškomąjį dydį – relės reakcijos laiką:

$$\tau = \frac{\pi^2 D^4 cd \Delta l}{16 I^2 l_0 \varrho \alpha};$$

Apskaičiavę gauname: $\tau = 16s$.

91. Sidabruojant plokštelę, sidabro nitrato tirpalu teka srovė, kurios tankis j = 2 kA/m². Kokiu vidutiniu greičiu didėja plokštelės sidabro dangos storis? Sidabro santykinė atominė masė, valentingumas ir tankis atitinkamai lygus A_r = 108, n = 1, ϱ = 1,05 · 10^4 kg/m³.

$$m = \frac{M}{nF} It;$$

	F = 96500 c/mol
	$j = 2\ kA/m^2 = 2 \cdot 10^3 A/m^2$
	$A_r = 108$
V	n = 1
	$\varrho = 1{,}05 \cdot 10^4\ kg/m^3$
	M = 0,108 kg/mol

Jeigu sidabro sluoksnis, kurio tankis ϱ , nusėda visame S ploto plokštelės paviršiuje tolygiai ir sluoksnio storis abiejose plokštelės pusėse lygus h, tai išsiskyrusio sidabro masė

$$m = \varrho Sh.$$

Faradėjaus dėsnį galima perrašyti taip:

$$\varrho Sh = \frac{M}{nF} It;$$

iš čia

$$\varrho \frac{h}{t} = \frac{M}{nF} \cdot \frac{I}{S}; \qquad \varrho v = \frac{M}{nF} j;$$

$\frac{h}{t} \Leftarrow v$ – dangos storio didėjimo greitis;

j – srovės tankis elektrolito tirpale.

$$v = \frac{Mj}{nF\varrho};$$

$v = 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ m/s;

Apskaičiavę gauname:

$v = 0{,}25$ μm/s.

92. Vykstant vandens elektrolizei, vonia pratekėjo Δq = 2000 C elektros krūvis. Kam lygi išsiskyrusio deguonies temperatūra? Šios dujos užima V = 0,25 l tūrį, o jų slėgis p = 129 kPa.

T	
	$\Delta q = 2 \cdot 10^3$ C
	$V = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$ m^3
	$p = 1{,}29 \cdot 10^5$ Pa
	$R = 8{,}31$ J/K · mol

Deguonies dujų temperatūrą išreikšime iš jų būsenos lygties: $pv = \dfrac{mRT}{M}$;

$$T = \frac{M}{m} \cdot \frac{pV}{R};$$

Išsiskyrusių dujų masę išreikšime iš elektrolizės dėsnio:

$$m = k\Delta q = \frac{M}{Fn}\Delta q; \qquad T = \frac{pVFn}{\Delta qR};$$

Apskaičiavę gauname:

$$T = 374{,}4\ K.$$

93. Elektrolitinės vonios įtampa U = 12 V, jos naudingumo koeficientas η = 80%. Kiek suvartota elektros energijos, gaunant m = 2 kg aliuminio? Aliuminio molio masė M = 27 · 10^{-3} kg/mol, valentingumas n = 3.

W	U = 12 V η = 80% m = 2 kg M = 27 · 10^{-3} kg/mol n = 3 F = 96484 c/mol

Tik dalis visos elektros energijos suvartojama jonams elektrolite perkelti, t. y.

$$\eta W = \Delta q U\ ;$$

Δq – elektrolitu pratekėjęs elektros krūvis:

$$q = \frac{m}{k} = \frac{mFn}{M}\ ;$$

Apskaičiavę gausime suvartotą elektros energijos kiekį $W = \dfrac{mFnU}{\eta M}$;

W = 89,34 kWh.

94. Plokštelė padengta h = 0,05 mm storio nikelio sluoksniu. Nikeliavimo procesas truko Δt = 2 h. Kokio tankio elektros srovė tekėjo elektrolitine vonia?

j	h = 0,05mm = 5 · 10^{-5} m Δt = 2 h = 2 · 3,6 · 10^3 s

Elektros srovės tankis

$$j = \frac{I}{S};$$

S – elektrolito laidžios dalies skerspjūvio plotas, lygus plokštelės plotui.

Elektros srovės stipris randamas iš elektrolizės dėsnio formulės:

$$I = \frac{m}{k\Delta t};$$

Nikelio masė lygi: m = ρV;

Sluoksnio tūris lygus: V = Sh;

$$I = \frac{\varrho SH}{k\Delta t};$$

Nikelio elektrocheminį ekvivalentą išreiškiame iš elektrolizės dėsnio formulės:

$$k = \frac{M}{Fn}; \qquad j = \frac{\varrho hFn}{M\Delta t};$$

Apskaičiavę gauname:

$$j = 200\ A/m^2.$$

95. Koks soties srovės tankis nusistovi dujinio išlydžio vamzdyje, kuriame atstumas tarp elektrodų d = 0,1 m. Jeigu, veikiant kosminiams spinduliams, kas sekundę V = 1 cm^3 tūryje susidaro N = 10 vienvalenčių jonų porų?

j_s	d = 0,1 m V = 1 cm^3 = 10^{-6} m^3 N = 10 s^{-1} e = 1,6 10^{-13} C

Soties srovės stipris $I_S = \dfrac{q}{t}$;

Jonų krūvį, pernešamą tarp elektrodų, galime išreikšti

q = e n V;

Tada soties srovės tankis

$$j_S = I_S S = \frac{end}{t};$$

Per laiko vienetą, tūrio vienete susidarančių jonų skaičius yra lygus

$$n = \frac{N}{V}; \qquad j_S = \frac{end}{Vt}; \qquad j_S = 1{,}6 \cdot 10^{-10}\ A/m^2.$$

96. Gyvsidabrio atomo jonizacijos potencialas φ = 10,4 V. Kokį mažiausią v greitį turėdamas elektronas pajėgia jonizuoti gyvsidabrio atomą?

v	φ = 10,4 V m_e = 9,1 · 10^{-31} kg e = 1,6 · 10^{-19} C

Elektronas turi turėti kinetinės energijos. Iš energijos tvermės dėsnio išplaukia:

$$\frac{m_e v^2}{2} = e\varphi \,;$$

Iš čia

$$v = \frac{2e\varphi}{m_e} \,;$$

Apskaičiavę gauname:

$v = 1{,}91 \cdot 10^6$ m/s.

97. Kokiu mažiausiu greičiu turi judėti elektronas, kad jonizuotų helio atomą, kurio jonizacijos potencialas $U_j = 24{,}5$ V?

	$U_j = 24{,}5$ V
v	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
	$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

Randame helio atomo jonizacijos energiją

$E_j = e\, U_j$;

čia e – elektrono krūvis.

Kad jonizuotų helio atomą, elektronas turi turėti tiek kinetinės energijos, kokia yra atomo jonizacijos energija:

$$E_j = \frac{mv^2}{2} \,; \qquad v = \sqrt{\frac{2eU_j}{m}} \,;$$

Apskaičiavę gauname:

$v = 2{,}93 \cdot 10^6$ m/s.

98. Ar gali elektronai, kurių kinetinė energija $E = 2{,}2 \cdot 10^{-18}$ J, jonizuoti azoto atomą? Azoto jonizacijos potencialas $\varphi = 14{,}47$ V.

W	$E = 2{,}2 \cdot 10^{-18}$ J
	$\varphi = 14{,}47$ V
	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Energija, reikalinga azoto atomui jonizuoti,

$W = e\,\varphi$;

Apskaičiavę gauname: $W = 2{,}32 \cdot 10^{-18}$ J.

Elektronai, kurių kinetinė energija E, negali jonizuoti azoto atomo, nes $E < W$.

99. Per lempinį diodą teka 100 mA stiprio srovė. Kiek elektronų kas sekundę išlekia iš katodo?

n	$I = 100$ mA $= 0{,}1$, A
	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
	$t = 1$ s

Žinome, kad $I = ne\frac{1}{t}$; Iš čia $n = \frac{It}{e}$;

Apskaičiavę gauname:

$n = 6{,}25 \cdot 10^{17} / s$.

100. Elektrono išlaisvinimo darbas yra 5 eV. Kokią kinetinę energiją turi įgyti elektronas, kad išlėktų 10^3 km/s greičiu?

E_k	A = 5 eV = $8 \cdot 10^{-19}$ J v = 10^3 km/s = 10^6 m/s m = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

$$\frac{mv^2}{2} = E_k - A; \qquad E_k = \frac{mv^2}{2} + A;$$

Apskaičiavę gauname:

$$E_k = 1{,}26 \cdot 10^{-18} J.$$

101. Elektronų srautas 10^6 km/s greičiu įlekia tarp kondensatoriaus plokščių lygiagrečiai joms. Potencialų skirtumas tarp plokščių 550 V, atstumas – 3 cm, matmenys 10x10 cm^2. Kiek nukrypsta elektronų srautas nuo pirminės trajektorijos, išskriedamas iš kondensatoriaus?

Δx	v_o = 10^6 km/s = 10^9 m/s φ = 550 V d = 3 cm = $3 \cdot 10^{-2}$ m l = 10 cm = 0,1 m e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C m = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

Kondensatoriuje srautą veikia elektrinio lauko jėga, statmena plokštėms

$$F = Ene = \frac{\varphi}{d} ne;$$

Ji suteikia srautui pagreitį

$$a = \frac{F}{m} = \frac{E \cdot e}{m} = \frac{\varphi \cdot e}{dm};$$

Srauto nukrypimas elektriniame lauke

$$\Delta x = \frac{at^2}{2} = \frac{\varphi \cdot et^2}{2dm};$$

Greitis, kuriuo srautas įlėkė į kondensatorių, nekinta, nes šia kryptimi jo neveikia jėgos, todėl

$$t = \frac{l}{v_0} \quad \text{ir} \quad \Delta x = \frac{\varphi \cdot e \cdot l^2}{2dmv_0^2};$$

Apskaičiavę gauname: $\Delta x = 1{,}6 \cdot 10^{-5} m$.

102. Elektrinio lauko stipris televizoriaus elektroniniame vamzdyje E = 100 kV/m. Atstumas tarp katodo ir anodo d = 10 cm. Kokią energiją turėdami elektronai atsitrenkia į katodą? Ar gali tie elektronai sužadinti rentgeno spindulius, jeigu Rentgeno vamzdyje tuos spindulius sužadina elektronai, atsitrenkdami į antikatodą v = 29,5 Mm/s greičiu?

	R = 100 kV/m = 10^5 V/m
W	d = 10 cm = 0,1 m
v_1	v = 29,5 Mm/s = 29,5 · 10^6 m/s
	e = 1,6 · 10^{-19} C

Elektronų energija W = e U = e E d;

W = e E d;

Galima energiją apskaičiuoti ir elektronvoltais. Žinome, kad

1 eV = 1,6 · 10^{-19} J.

Apskaičiavę gauname: 1,6 · 10^{-19} J = 10000 eV;

Elektronų kinetinė energija

$$W = \frac{m \cdot v_1^2}{2};$$

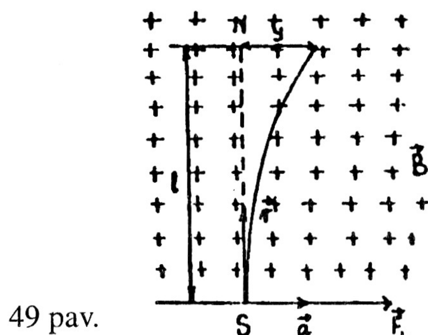
$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}};$$

Apskaičiavę gauname: $v_1 = 59 \frac{Mm}{s}$.

Kadangi $v_1 > v$, todėl gali sužadinti.

103. Televizoriaus kineskope iš pietų į šiaurę juda 12 keV energijos elektronai. Žemės magnetinio lauko $B = 5{,}5 \cdot 10^{-5}$ T indukcijos stačioji dedamoji nukreipta žemyn. Kokia kryptimi nukryps elektronų pluoštelis? Kokiu pagreičiu juda kiekvienas elektronas? Kokiu atstumu nukryps elektronų pluoštelis, kai nusuks į šiaurę 20 cm kelią?

	$W = 12$ keV $= 1{,}9 \cdot 10^{-15}$ J
	$B = 5{,}5 \cdot 10^{-5}$ T
a	$l = 20$ cm $= 0{,}2$ m
y	$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C



49 pav.

Pagal kairiosios rankos taisyklę elektronų pluoštelis nukryps į rytus (49 pav.). Iš elektronų kinetinės energijos išraiškos

$$W = \frac{mv^2}{2};$$

Galime rasti elektronų greitį:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}};$$

Elektroną veikianti Lorenco jėga suteikia jam pagreitį

$$a = \frac{F_L}{m}; \qquad a = \frac{evB}{m}; \qquad a = \frac{eB}{m}\sqrt{\frac{2W}{m}};$$

Apskaičiavę gauname: a = 6,3 · 10^{14} m/s^2;

l ilgio kelią į šiaurę elektronas nulėks per laiką

$$t = \frac{l}{v}; \qquad t = \frac{l}{\sqrt{\frac{2W}{m}}};$$

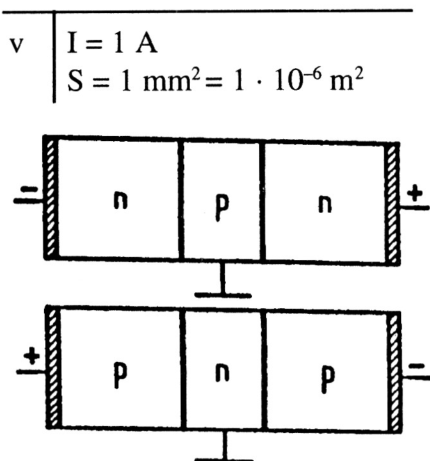
Elektronų pluoštelis nukryps dydžiu

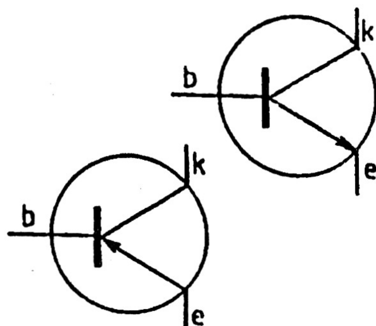
$$y = \frac{at^2}{2}; \qquad y = \frac{eBl^2}{2\sqrt{2Wm}};$$

Apskaičiavę gauname: y = 3 · 10^{-3} m.

104. I = 1 A stiprio srovė teka S = 1 mm^2 skerspjūvio variniu laidininku. Apskaičiuokite elektronų tvarkingo judėjimo greitį.

v	I = 1 A
	S = 1 mm^2 = 1 · 10^{-6} m^2





50 pav.

Elektronų tvarkingo judėjimo greitis randamas:

$$v = \frac{I}{en_0S};$$

Laisvųjų elektronų koncentracija randama iš lygties

$$n_0 = \frac{n}{V} = \frac{\nu N_A}{V} = \frac{mN_A}{MV} = \frac{\varrho N_A}{M};$$

Tada ieškomas dydis

$$v = \frac{IM}{e\varrho N_A S};$$

Apskaičiavę gauname: $v = 0{,}735 \cdot 10^{-4} m/s$.

105. Neapšviesto fotorezistoriaus varža $R_1 = 25$ kΩ. Jis nuosekliai sujungtas su R = 5 kΩ varžos rezistoriumi ir evj šaltiniu. Fotorezistorių apšvietus, elektros srovės stipris grandinėje padidėjo 4 kartus. Kaip ir kiek kartų pakilo fotorezistoriaus varža?

	$R_1 = 25$ kΩ
	$R = 5$ kΩ
n_2	$n_1 = 4$

Kadangi elektros srovės stipris padidėjo, apšviesto fotorezistoriaus varža sumažėjo. Kiek kartų ji sumažėjo, nustatome iš Omo dėsnio, kurį rašome abiem atvejams (prieš apšvietimą ir po):

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R} \quad \text{ir} \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + R}$$

(šaltinio vidinės varžos nepaisome).
Padaliję antrą lygtį iš pirmos, gauname:

$$n_1 = \frac{R_1 + R}{R_2 + R};$$

Išreiškiame apšviesto fotorezistoriaus varžą:

$$R_2 = \frac{R_1 + R(1 - n_1)}{n_1};$$

Apskaičiavę gauname: $n_2 = 2{,}5\, k\Omega$;

Ieškomas dydis

$$n_2 = \frac{R_1}{R_2} = 10;$$

Apšviesto fotorezistoriaus varža sumažėjo 10 kartų.

III. ELEKTROMAGNETIZMAS

Šiame skyriuje sprendžiami uždaviniai iš magnetinio lauko stiprio, indukcijos, magnetinės jėgos, darbo, magnetinio srauto, sukimosi momento apskaičiavimo.

$$H = \frac{I}{l}; \qquad H = \frac{I}{2\pi r}; \qquad H = \frac{I}{2r}; \qquad H = \frac{In}{l};$$

$$B = \mu \mathrm{M}_0 H; \qquad \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots; \qquad F = \mu \mathrm{M}_0 HIl;$$

$$F = BIl \sin\alpha; \qquad F_\alpha = Bqv \sin\alpha;$$

$$\varphi = BS \cos\alpha; \qquad A = I\Delta\varphi; \qquad M = I\varphi \sin\alpha.$$

107. Tiesų l = 50 cm ilgio magnetiniame lauke esantį laidininką skersai jo krypties veikia F = 15 N jėga. Koks magnetinio lauko stipris, jei laidininku per t = 3 s prateka krūvis q = 200 C?

	l = 50 cm = 0,5 m
	F = 15 N
	t = 3 s
H	q = 200 C
	$\alpha = 90°$
	$\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ H/m

Iš Ampero dėsnio

$F = B\,I\,l\,\sin\alpha$

randame:

$$B = \frac{F}{Il\sin\alpha};$$

$\sin\alpha = \sin 90° = 1$, tai $B = \dfrac{F}{Il}$;

Magnetinio lauko stipris randamas iš formulės

$B = \mu \mu_0 \cdot H;$

$$H = \frac{B}{\mu \cdot \mu_0};$$

Srovės stipris

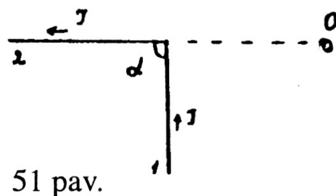
$I = q/t;$

$$H = \frac{F \cdot t}{ql\mu\mu_0};$$

Apskaičiavę gauname: $H = 4 \cdot 10^5 A/m$.

108. Tiesus laidas, kuriuo teka I = 15 A stiprio srovė, sulenktas $\alpha = 90°$ kampu. Apskaičiuokite magnetinę indukciją taške O, nutolusiame l = 10 cm atstumu nuo kampo viršūnės. Kaip pasikeistų indukcija B taške O, jei antrąją laido dalį ištiestume į vieną tiesę su pirmąja? (51 pav.)

	I = 15 A
	$\alpha = 90°$
B_1	l = 10 cm = 0,1 m
B_2	$\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ H/m
	$\mu = 1$



51 pav.

Kai ilgas laidas ištiestas, tai juo tekančios srovės magnetinė indukcija apskaičiuojama iš formulės

$$B_1 = \mu \cdot \mu_0 \frac{I}{2\pi l};$$

Apskaičiavę gausime: $B_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ T;

Kai laidas yra sulenktas, tai gulsčioji dalis taške C magnetinės indukcijos nesukuria. Todėl $B_2 = B_1/2$;

$$B_2 = \mu \cdot \mu_0 \frac{I}{4\pi l};$$

Apskaičiavę gausime: $B_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ T;

$B_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ T; $B_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ T.

109. Kokio stiprio didžiausia srovė gali tekėti L = 80 cm ilgio ir R = 2 cm spindulio solenoidu, jeigu jo viduje vienalyčio magnetinio lauko indukcija B = 8 mT, o ribinė vijos tempimo jėga F = 0,4 mN? (Jeigu būtų B = 2 mT, R = 4 cm, tai I = 10 A)

I	L = 80 cm = 0,8 m
	R = 2 cm = 0,02 m
	$B = 8$ mT $= 8 \cdot 10^{-3}$ T
	$F = 0{,}4$ mN $= 4 \cdot 10^{-4}$ N

Pažymėkime vienos vijos sukurto lauko indukciją B_1, o kitų vijų – B_2. Kadangi solenoido laukas yra tik jo viduje, tai

solenoido išorėje $B_1 + B_2 = O$;

solenoido viduje $B_1 + B_2 = B$;

Viena vija yra $B_2 = B/2$ indukcijos lauke;

Ampero jėga, veikianti Δl ilgio vijos elementą, yra

$$\Delta F = \frac{B}{2} I \Delta l;$$

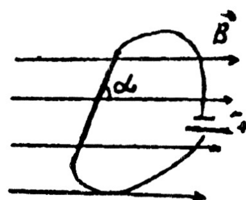
Ji nukreipta pagal vijos spindulį į išorę. Pusę vijos veikia tamprumo jėga BIR ≤ 2 F;

$$I = \frac{2F}{BR};$$

Apskaičiavę gausime: $I = 5\ A$.

110. l = 1 m ilgio varinis laidas yra vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio magnetinė indukcija B = 0,05 T. Laidas ir magnetinės indukcijos vektorius sudaro α = 45° kampą. (52 pav.) Koks laido skersmuo, jeigu laido galuose palaikomas U = 5 V potencialų skirtumas ir laidą veikianti Ampero jėga F = 2 N?

	l = 1 m
	B = 0,05 T
	α = 45°
	U = 5 V
d	F = 2 N
	ρ = 1,7 · 10^{-8} Ω · m



52 pav.

Iš Ampero dėsnio

F = I l B sin α

randame srovės stiprį I: $I = \frac{F}{lB\sin\alpha}$;

Omo dėsnis grandinės daliai: $I = \frac{U}{R}$;

$$R = \frac{UlB\sin\alpha}{F};$$

Žinodami laidininko varžos formulę $R = \varrho\frac{l}{S}$,

sužinome laidininko skerspjūvio plotą: $S = \frac{\varrho l}{R}$;

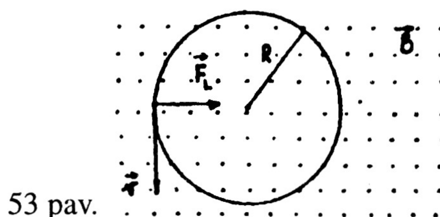
Be to, $S = \frac{\pi d^2}{4}$; Tada $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{\varrho l}{\pi R}}$;

$$d = 2\sqrt{\frac{\varrho \cdot F}{\pi U B \sin \alpha}};$$

Apskaičiavę gausime: d = 5 · 10^{-4} m.

111. Elektronas, pagreitintas U = 2000 V potencialų skirtumo, įlekia vakuume į B = 10^{-2} T indukcijos vienalytį magnetinį lauką statmenas jėgų linijoms. Koks elektrono trajektorijos spindulys? (53 pav.)

R	U = 2000 V B = 10^{-2} T e = 1,6 · 10^{-19} C m = 9,1 · 10^{-31} kg



53 pav.

Tarkim, magnetinės indukcijos vektorius $\vec{B}$ statmenas lapo plokštumai ir nukreiptas į mus. Atsižvelgdami į tai, kad elektrono krūvis neigiamasis,
o $\alpha = \pi/2$, nustatome Lorenco jėgos $\vec{F}_L$ kryptį.
Kadangi $\vec{F}_L \perp \vec{v}$, tai ji suteikia elektronui įcentrinį pagreitį

$$a = \frac{v^2}{R};$$

Pagal II Niutono dėsnį

$$a = \frac{F_L}{m};$$

arba

$$a = \frac{evB}{m};$$

$$R = \frac{mv}{eB};$$

Pagreitinant elektroną potencialų skirtumu U, elektrinės jėgos atliko darbą eU, lygų įgytai kinetinei energijai:

$$eU = \frac{mv^2}{2};$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}};$$

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}};$$

Apskaičiavę gausime: $R = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ m.

112. Vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija B = 9,1 mT, v = 30 km/s greičiu apskritimine trajektorija juda elektronas. Koks elektrono skriejimo apskritimų periodas?

T	$B = 9{,}1$ mT $= 9{,}1 \cdot 10^{-3}$ T
	$v = 30$ km/s $= 3 \cdot 10^{-2}$ m/s
	$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Iš II Niutono dėsnio

$$evB = m\frac{v^2}{R};$$

$$R = \frac{mv}{eB};$$

Apsisukimo periodas $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB};$

$$T = \frac{2\pi m}{eB};$$

Apskaičiavę gausime: $T = 4 \cdot 10^{-9}\ s$.

113. Elektronas juda R = 10 cm spindulio apskritimu vienalyčiame B = 1 T indukcijos lauke. Per kiek laiko elektrono energija padidėtų dvigubai, jeigu būtų sukurtas vienalytis elektrinis laukas, kurio stipris E = 100 V/m lygiagretus magnetinei indukcijai? (Jeigu E = 2 V/m, tai t = 0,05 s)

t	R = 10 cm = 0,1 m
	B = 1 T
	E = 100 V/m
	$\vec{E} = \vec{B}$

Lorenco jėga energijos nekeičia. Kad energija padidėtų dvigubai, greitis kryptimi $\vec{E}$ turi padidėti iki v, čia v – elektrono judėjimo $\vec{B}$ indukcijos magnetiniame lauke greičio modulis.

$v = at;$ $t = \frac{v}{a};$

Iš II Niutono dėsnio randame $a = \frac{eE}{m}$;

$$a = \frac{F}{m};$$

$$t = \frac{vm}{eE};$$

Greitį v rasime iš II Niutono dėsnio $evB = \frac{mv^2}{R}$;

$$v = \frac{R\,e\,B}{m};$$

$$t = \frac{2e\,B\,m}{meE};$$

$$t = \frac{RB}{E};$$

Apskaičiavę gausime: $t = 1 \cdot 10^{-3} s$.

114. Vienodos krypties ir vienodo $I_1 = I_2 = 20$ A stiprio elektros srovės teka dviem ilgais lygiagrečiais laidininkais. Atstumas tarp jų d = 5 cm. Apskaičiuokite sukurto lauko magnetinę indukciją taške, nutolusiame nuo kiekvieno laidininko atstumu r = 3 cm.

	$I_1 = I_2 = I = 20$ A
	d = 5 cm = $5 \cdot 10^{-2}$ m
B_0	r = 3 cm = $3 \cdot 10^{-2}$ m

Elektros srovių sukurto lauko magnetinė indukcija pagal laukų superpozicijos principą lygi:

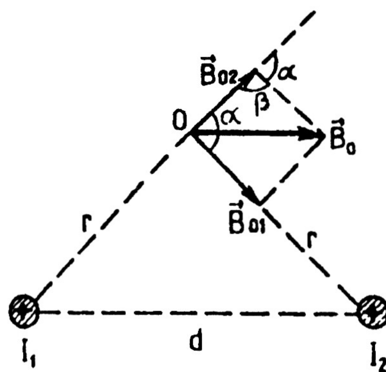
$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{01} + \vec{B}_{02};$$

čia $\vec{B}_{0i}$ – i-tosios srovės lauko magnetinė indukcija taške O (54 pav.). Taikome kosinusų teoremą ir randame suminės magnetinės indukcijos modulį

$$B_0 = \sqrt{B_{01}^2 + B_{02}^2 + 2B_{01}B_{02}\cos\alpha};$$

α – kampas tarp vektorių $\vec{B}_{01}$ ir $\vec{B}_{02}$. Jis randamas iš atstumų trikampio:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2};$$



54 pav.

Kadangi $r_1 = r_2 = r$, $B_{01} = B_{02} = \dfrac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$, tai

gauname:

$$B_0 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r^2}\cdot\sqrt{4r^2 - d^2};$$

Apskaičiavę gausime: $T \approx 133\cdot 10^{-6}\ T$.

115. Vijos spindulys R = 10 cm, jos magnetinis momentas $p_m = 0{,}314 \cdot A \cdot m^2$. Apskaičiuokite vija tekančios elektros srovės stiprį ir maksimalų sukimo momentą, kuris veikia ją vienalyčiame B = 5 mT magnetinės indukcijos lauke.

I	R = 10 cm = 0,1 m
M_{max}	$p_m = 0{,}314\ A \cdot m^2$
	$B = 5\ mT = 5 \cdot 10^{-3}\ T$

Kadangi vijos magnetinis momentas

$$p_m = I\pi R^2;$$

tai ja tekančios elektros srovės stipris

$$I = \frac{p_m}{\pi R^2};$$

Apskaičiavę gausime: $I = 10\,A$;

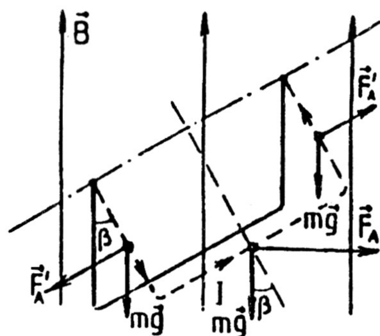
Viją veikiantis maksimalus sukimo momentas randamas iš lygties

$$M_{max} = p_m B;$$

Apskaičiavę gausime: $M_{max} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ N/m .

116. Varinis $S = 2\ mm^2$ skerspjūvio ploto laidas sulenktas taip, kad sudarytų tris kvadrato kraštines, ir pakabintas vertikaliame vienalyčiame magnetiniame lauke (55 pav.). Kai rėmeliais teka I = 10 A stiprio elektros srovė, jie atsilenkia $\beta = 15°$ kampu. Apskaičiuokite lauko magnetinę indukciją.

B	$S = 2\ mm^2 = 2 \cdot 10^{-6}\ m^2$
	I = 10 A
	$\beta = 15°$



55 pav.

Rėmeliai pakrypsta dėl apatinę kraštinę veikiančios Ampero jėgos (galines kraštines veikiančios Ampero jėgos kompencuojasi). Jos didumas

$F_A = Ibl;$

l – kraštinės ilgis.

Rėmeliams naujoje pusiausvyros padėtyje taikome jėgų momentų taisyklę:

$$2mg\frac{l}{2}\sin\beta + mgl\sin\beta - F_A l\cos\beta = 0\,;$$

Ampero jėgos išraiška:

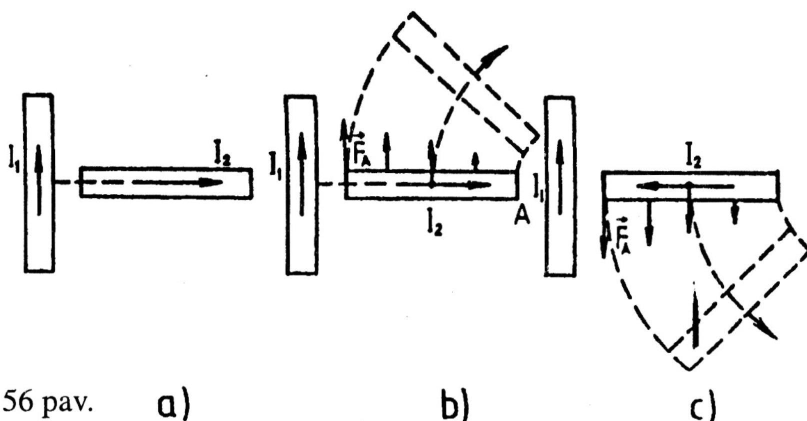
$F_A = 2mg\ tg\ \beta;$

$$B = \frac{2mg\ tg\ \beta}{Il} = \frac{2\varrho_{Cu}Sg\ tg\ \beta}{I}\,;$$

Apskaičiavę gausime: $B = 9{,}4\cdot 10^{-3}\ T$.

117. Paaiškinkite magnetinę sąveiką dviejų statmenų laidų, kuriais teka parodytų krypčių I_1 bei I_2 stiprio elektros srovės (56 pav., a). Kaip judės antrasis laidas, kai pakeisime juo tekančios elektros srovės kryptį?

Kiekvienas laidas yra kitu laidu tekančios elektros srovės sukurtame magnetiniame lauke. Taikydami dešiniojo sraigto taisyklę pirmajai elektros srovei ir kairiosios rankos taisyklę antrajai elektros srovei, nustatome, kad antrąjį laidą veikia aukštyn nukreipta Ampero jėga (56 pav., b). Jos dydis mažėja, artėjant prie laido galo A, nes ta kryptimi mažėja ir magnetinė indukcija. Todėl laidas kils aukštyn ir kartu judės laikrodžio rodyklės kryptimi.

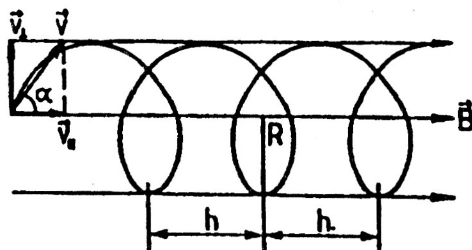


56 pav.

Pakeitus elektros srovės kryptį, laidas analogiškai judės prieš laikrodžio rodyklę (56 pav., c).

118. Protonas juda B = 2 mT magnetinės indukcijos lauke sraigtine linija, kurios spindulys R = 2 cm, žingsnis h = 5 cm. Kam lygus protono greičio modulis?

V	$B = 2\ mT = 2 \cdot 10^{-3}\ T$ $R = 2\ cm = 2 \cdot 10^{-2}\ m$ $h = 5\ cm = 5 \cdot 10^{-2}\ m$



57 pav.

Kadangi protonas juda sraigtine linija, tai jo greitis susideda iš greičio $\vec{v}|$, kurio kryptis statmena lauko magnetinės indukcijos linijoms, ir greičio $\vec{v}||$, kurio kryptis sutampa su magnetinės indukcijos linijomis (57 pav.).

Todėl greičio modulis

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{X}^2} \;;$$

Statmenąją greičio komponentę rasime iš Lorenco jėgos, kaip įcentrinės jėgos, išraiškos:

$$qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R} \;; \qquad v_{\perp} = \frac{qBR}{m} \;;$$

Lygiagrečiąją greičio komponentę rasime iš sraigtinės linijos žingsnio išraiškos:

h = v||T;

Protono apsisukimo periodas

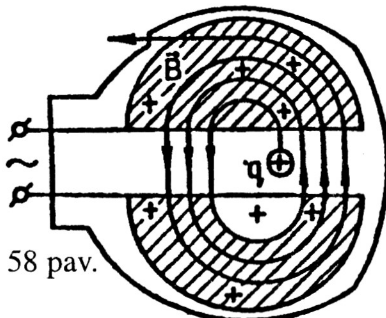
$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB} \;;$$

$$v_{X} = \frac{hqB}{2\pi m} \;;$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{qBR}{m}\right)^2 + \left(\frac{hqB}{2\pi m}\right)^2} = \frac{qB}{m} \cdot \sqrt{R^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}} \;.$$

119. Įtampa tarp ciklotrono duantų U = 40 kV. Per kiek laiko protonas ciklotrone įgis $E_k = 1,6 \cdot 10^{-10}$ J kinetinės energijos? Magnetinė indukcija B = 1 T.

τ	$U = 40$ kV $= 40 \cdot 10^{-3}$ V
	$E_k = 1,6 \cdot 10^{-10}$ J
	B = 1 T



58 pav.

Ciklotroną sudaro metaliniai duantai – plonasienės žemos dėžės pusės su tarpeliu (58 pav.). Duantai yra tarp elektromagneto polių. Prie duantų prijungta kintama įtampa. Krūvis greitinamas tik tarpelyje du kartus per periodą. Taigi per periodą protonas įgyja energijos

$$\Delta E_k = 2qU;$$

$$E_k = 2qU;$$

Tada laikotarpis, per kurį protonas įgis E_k energijos, randamas iš lygties:

$$\tau = \frac{E_k}{\Delta E_k} T = \frac{E_k}{2qU} \cdot T;$$

Protono apsisukimo ciklotrone periodas

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}; \qquad \tau = \frac{E_k}{2qU} \cdot \frac{2\pi m}{qB};$$

Apskaičiavę gausime: $\tau = 0,82 \cdot 10^{-3}\ s$.

τ = 0,82 ms.

Ka-155 Molekulinė fizika ir šiluma. Elektra. Elektromagnetizmas /A. Kairienė. - V.: A. Varno personalinė įmonė: 2000, - p. 141.

ISBN 9986-491-63-0

Šiame leidinyje nagrinėjama 11 klasės uždavinių pagal V. Tarasonio vadovėlį sprendimo metodika. Ji tinka ir kitiems uždaviniams. Uždaviniai sugrupuoti pagal dalis: 1 – molekulinė fizika, šiluma; 2 – elektra; 3 – elektromagnetizmas. Pirmajai daliai pateiktas – 51 uždavinys; antrajai daliai – 54; trečiajai daliai – 13 uždavinių.

Kiekvienos temos pradžioje trumpai pateikta teorinių žinių, padedančių prisiminti pagrindines kurso sąvokas, dydžius ar dėsnius, nurodomos formulės, reikalingos uždaviniams spręsti.

UDK 537(075.3)

Aldona Kairienė

MOLEKULINĖ FIZIKA IR ŠILUMA. ELEKTRA. ELEKTROMAGNETIZMAS

Kalbos redaktorė AGNĖ IEŠMANTAITĖ.
Dailininkas ARTŪRAS BRAZIŪNAS.

Leido leidykla A. VARNO PERSONALINĖ ĮMONĖ, Žirmūnų 139, 2600 Vilnius.
Spausdino AB „Vilspa", Viršuliškių skg. 80, 2056 Vilnius.



Leidėjų asociacija BIBLION